

COLLEGE F.X. VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	MINI-SESSION	Date : Février 2022
Niveau : Terminale A4	<u>EPREUVE DE MATHÉMATIQUES</u>	Durée : 2h ; Coeff: 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5points)

Exercice 1 (5,75points)

Les parties I et II sont indépendantes

I-

1) Dans chaque cas déterminer les primitives de f sur l'intervalle K .

a) $f(x) = 4(4x + 3)^5$ $K = \mathbb{R}$ 0,75pt

b) $f(x) = x^3 + 2x - 1 + 3x^2$ $K = \mathbb{R}$ 0,75pt

c) $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{(x+1)^2}$ $K =]-1; +\infty[$ 0,75pt

2) Déterminer la primitive F qui prend la valeur 2 en -1 de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$f(x) = -1 + 2x - \frac{4}{x^2}$ 1pt

II-

1) Choisir la bonne réponse 1pt

L'ensemble solution du système $\begin{cases} x + y + z = 15 \\ -x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 8 \end{cases}$ est :

- a) (9 ; 1 ; 5) b) (7 ; 4 ; 4) c) (3 ; 7 ; 5) d) (4 ; 7 ; 4)

2) Déduire la résolution du système $\begin{cases} x + |y| + \frac{1}{z} = 15 \\ -x - |y| + 2\frac{1}{z} = 0 \\ 2x + |y| - \frac{1}{z} = 8 \end{cases}$ 1,5pt

Exercice 2 (9,75points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Soit C_f sa courbe représentative

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f 0,5pt

2) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition de f 1pt

3) Justifier que la droite (l) d'équation $x = 1$ est une asymptote verticale à C_f 0,5pt

4) Montrer que pour tout x appartenant à D_f $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ 0,5pt

5) Montrer $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ 1pt

6) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à C_f 1pt

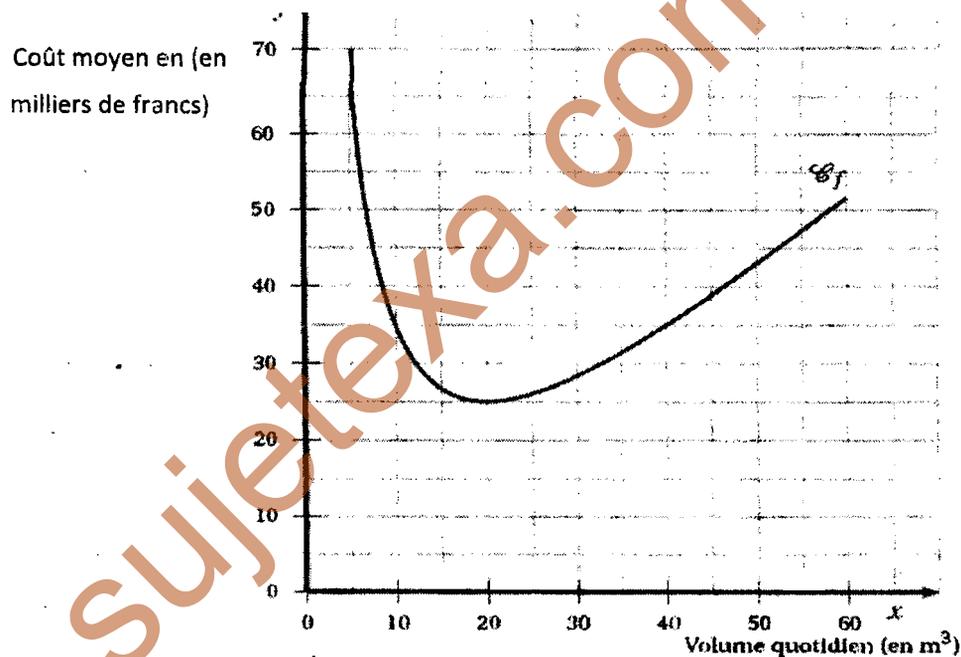
7) Etudier les positions relatives de C_f et (d) 1pt

- 8) Dresser le tableau de variations de f 1,5pt
 9) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses et avec l'axe des ordonnées 1pt
 10) Tracer la courbe C_f de la fonction f et ses asymptotes dans un même repère orthonormé d'unité 1cm 1,75pt

PARTIE A : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5points)

Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide. Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre 5m^3 et 60m^3 .

Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine de francs) de cet engrais est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[5; 60]$ par : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ où a, b et c sont des réels ; x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3 . La représentation graphique C_f de la fonction f est donnée dans le repère ci-dessous :



Tâche 1 : Quels volumes moyen faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à 35 000f ? 1,5pt

Tâche 2 : Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen quotidien de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ? 1,5pt

Tâche 3 : Déterminer les réels a, b , et c . 1,5pt