MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE ET DE L'ALPHABETISATION

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

MENET - FP

INISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT TECHN ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

MON ECOLE A LA MAISON

SECONDAIRE
2 C
MATHEMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Durée :10 heures Code :

Du plan

COMPETENCE 3	**Traiter une situation relative à la géométrie du plan , à la géométrie de l'espace et aux transformations du plan**
THEME 1	**Géométrie du plan**

Leçon 8 : ANGLES ORIENTÉS ET TRIGONOMÉTRIE

A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Lors de leurs recherches personnelles sur les angles, des élèves de 2nd **C** d'un établissement scolaire lisent l'information suivante : « pour $\alpha \in]-\frac{\pi}{2};0[$ si $cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, alors $tan\alpha = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$ ». Curieux, ils s'adressent à leur professeur de mathématiques. Celui-ci leur dit que pour comprendre cette phrase mathématique, ils doivent approfondir leurs connaissances sur les angles orientés et la trigonométrie. Ensemble, les élèves cette classe décident de faire des recherches sur les angles orientés et la trigonométrie afin de vérifier cette affirmation.

B-CONTENU DE LA LEÇON

1. LE RADIAN

1.1 Mesure d'un angle en radian

a. Définition

La mesure en radian d'un angle $\widehat{AOB}$ est égale à la longueur de l'arc intercepté par cet angle sur le cercle de centre O et de rayon 1. On la note mes $\widehat{AOB}$.

Exemple : La mesure en radians de l'angle nul est 0.

La mesure en radians de l'angle plat est π.

b. Correspondance entre le radian et le degré

Soit x la mesure en degrés d'un angle et y sa mesure en radians. On a:
$y = \frac{x\,\pi}{180°}\quad et\ x = \frac{180°\,y}{\pi}$.

Tableau de correspondance (exemple)

Mesures en degrés	0	30	45	60	90	180
Mesures en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π

Exercice de fixation

a/ convertis la valeur en radian de 45°.
b/ convertis la valeur en degré de $\frac{2\pi}{3}$ rad.

Solution

a)La mesure en radian d'un angle de mesure $x = 45^0$ est : $y = \frac{45°\times\pi}{180°} = \frac{\pi}{4}rad$

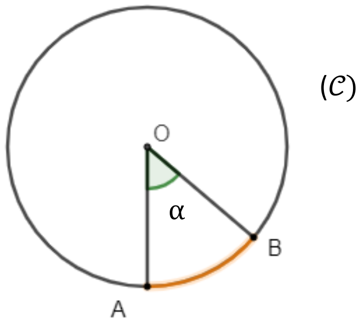
b) La mesure en degré d'un angle de mesure $y = \frac{2\pi}{3}$ rad est : $x = \frac{180°}{\pi} \times \frac{2\pi}{3} = 120°$

c. Longueur d'un arc de cercle

Définition

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon R, A et B deux points de $(\mathcal{C})$. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ intercepte l'arc $\widehat{AB}$.

Si la mesure en radian de l'angle $\widehat{AOB}$ est α (α *en radian*), alors longueur $\widehat{AB}$ = R × α.

Figure 	OA = OB = R et mes $\widehat{AOB}$ = α (en radians). longueur $\widehat{AB}$ = R α .

Exemple

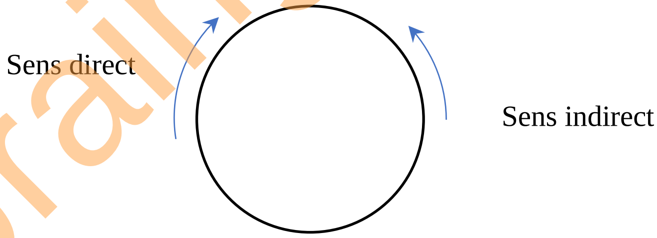
Si $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ rad et $R = 2(cm)$ alors longueur $\widehat{AB}$ = 2× $\frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}\ cm$

2. ANGLE ORIENTE DE DEUX VECTEURS

2. 1 : Orientation du plan

Sur un cercle il y a deux sens de parcours. Orienter un cercle c'est choisir un sens de parcours sur ce cercle : Ce sens est appelé **sens direct (ou** positif ou trigonométrique) Le sens contraire est le **sens indirect** (ou rétrograde ou négatif)

En général on choisit comme sens direct le sens contraire des aiguilles d'une montre.

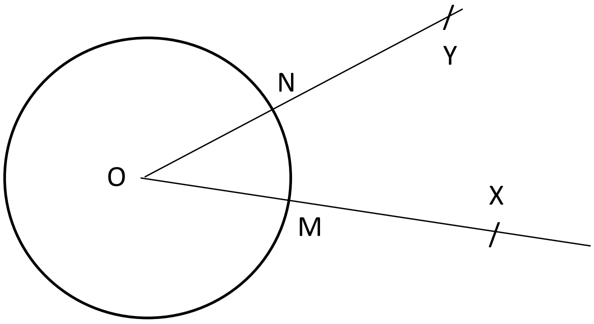


2 .2 Angle orienté de deux vecteurs non nuls

a. Définition

Soit (C) un cercle de centre O et $(\vec{u}, \vec{v})$ un couple de vecteurs non nuls, X et Y les points tels que $\overrightarrow{OX} = \vec{u}$, et $\overrightarrow{OY} = \vec{v}$. Soit M et N les points d'intersection respectifs des demi-droites [OX) et [OY) L'ensemble des couples $(\vec{u}, \vec{v})$ de deux vecteurs non colinéaires pour lesquels l'arc $\widehat{MN}$ garde la même longueur et est parcouru dans le même sens de M vers N est appelé **angle orienté** et noté $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$.

(figure1)



Exemple

A partir de la figure ci-dessus (figure1), on peut écrire les angles orientes $(\widehat{\overrightarrow{OM}, \ \overrightarrow{ON}})$et $(\widehat{\overrightarrow{ON}, \ \overrightarrow{OM}})$

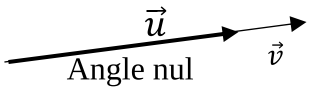
- On dira que L'angle orienté$(\widehat{\overrightarrow{OM}, \ \overrightarrow{ON}})$ est un angle orienté dans le sens direct.
- On dira que L'angle orienté$(\widehat{\overrightarrow{ON}, \ \overrightarrow{OM}})$ est un angle orienté dans le sens indirect.

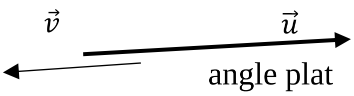
b.Propriétés

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens, alors $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ est l'angle orienté nul.

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraire, alors $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ est l'angle orienté plat.





On note alors $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})= (\widehat{O})$ si l'angle orienté est nul.

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux, alors $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ est un angle orienté droit.

Exercice d'application

On donne ABCD un carré direct.

a) donne deux angles orientés nuls de vecteurs.

b) donne un angle orienté droit direct et un angle orienté droit indirect

c) donne deux angles orientés qui sont ni nuls ni droits

d) donne deux angles orientés plats

Solutions

a) $(\widehat{\overrightarrow{AD}, \ \overrightarrow{BC}})$et $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \ \overrightarrow{DC}})$
b) $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \ \overrightarrow{AD}})$et $(\widehat{\overrightarrow{CB}, \ \overrightarrow{CD}})$
c) $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \ \overrightarrow{AC}})$et $(\widehat{\overrightarrow{DA}, \ \overrightarrow{DB}})$

d) $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \ \overrightarrow{CD}})$et $(\widehat{\overrightarrow{AD}, \ \overrightarrow{BC}})$

2.3 Mesure principale d'un angle orienté

Définition

Soit O un point $(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ un angle orienté. Soit M et N les points d'intersection respectifs des demi-droites [OX) et [OY) avec un cercle de centre O

La mesure principale en radian de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$, notée Mes$(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$,est définie par :

-si $(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ est l'angle nul alors Mes$(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ = 0

-si $(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ est l'angle plat alors Mes$(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ = π

-si $(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ n'est ni nul ni plat alors Mes$(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ = mes$\widehat{XOY}$ lorsque le sens du déplacement de M vers N sur l'arc $\widehat{MN}$ est le sens direct.

Mes$(\widehat{\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}})$ = -mes$\widehat{XOY}$ lorsque le sens du déplacement de M vers N sur l'arc $\widehat{MN}$ est le sens indirect.

Remarques

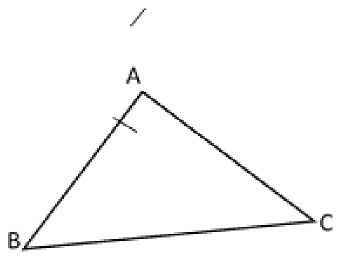
- La mesure principale de l'angle plat orienté est π (et non $-\pi$)

Par conséquent la mesure principale d'un angle orienté est un nombre réel appartenant à l'intervalle $]-\pi, \pi]$.

- On note Mes$(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ la mesure principale d'un angle orienté en degré.
- La mesure principale de l'angle orienté droit est $\frac{\Pi}{2}$ s'il est direct et $-\frac{\Pi}{2}$ s'il est indirect

Exercice de fixation

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A de sens direct.
Donne la mesure principale en radian de chacun des angles orientés suivants :
$(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}})$, et $(\widehat{\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}})$



Solution

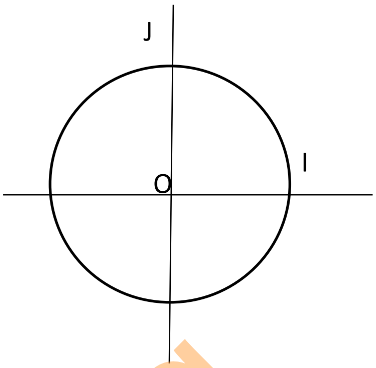
Mes $(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}}) = mes\widehat{BAC} = \frac{\pi}{2}$; Mes $(\widehat{\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}}) = -mes\widehat{ABC} = -\frac{\pi}{4}$,

Mes $(\widehat{\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}}) = mes\ \widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$; Mes $(\widehat{\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}}) = -mes\widehat{BCA} = -\frac{\pi}{4}$

3- TRIGONOMETRIE

Dans toute cette partie, sauf mention contraire, le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).

3.1 Le cercle trigonométrique



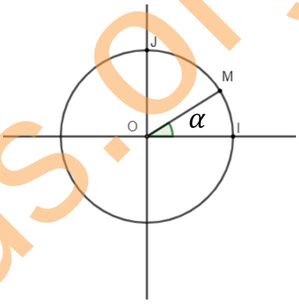
Définition

On appelle cercle trigonométrique le cercle de centre O et de rayon 1.

3.2 Point image d'un nombre réel sur le cercle trigonométrique

Définition

Soit α un nombre réel appartenant à l'intervalle $]-\pi, \pi]$.
Le point image de α est l'unique point M du cercle trigonométrique tel que Mes $(\widehat{\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM}}) = \alpha$.



Exemple

Le point image du nombre 0 est I.
Le point image du nombre $\frac{\pi}{2}$ est J.

Exercice de fixation

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Prendre pour unité 3cm.

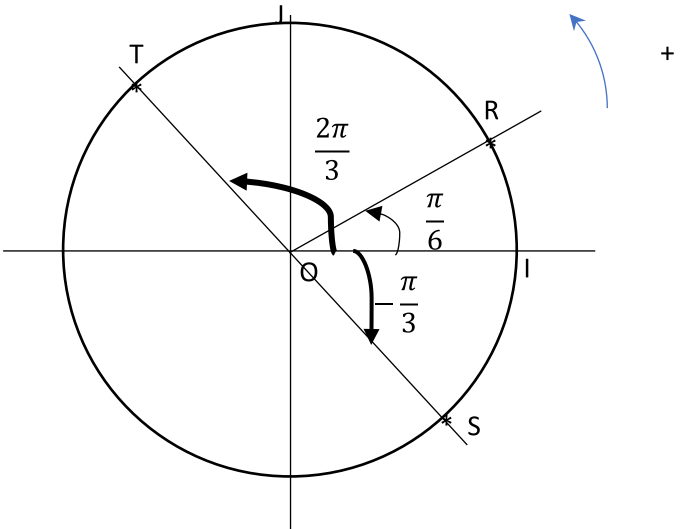
Place les points images R, S et T de chacun des nombres réels suivants : $\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

Solution

On a :

Mes $(\widehat{\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OR}}) = \frac{\pi}{6}$, Mes $(\widehat{\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OS}}) = -\frac{\pi}{3}$ et Mes $(\widehat{\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OT}}) = \frac{2\pi}{3}$.

Je place les points R, S et T.



3.3 Cosinus, Sinus et tangente d’un angle orienté

a. Définition

Soit $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ un angle orienté de mesure principale α et M l’image de α sur le cercle trigonométrique.

Soit P et Q les projetés orthogonaux de M respectivement sur (OI) et sur (OJ).

- Le cosinus de l’angle orienté $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ ou de sa mesure principale α est défini par :

  Cos$(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}}) = cos\alpha = \overline{OP}$

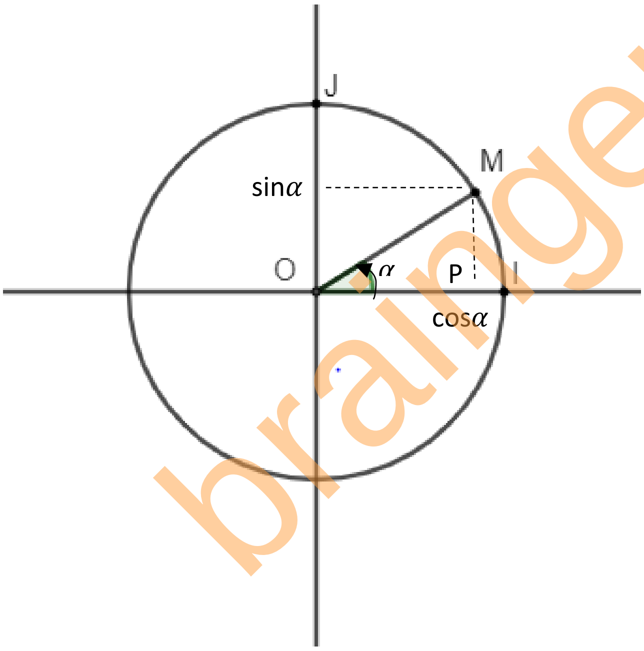
- Le sinus de l’angle orienté $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ ou de sa mesure principale α est défini par :

  Sin$(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}}) = sin\alpha = \overline{OQ}$

- Lorsque l’angle orienté $(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ est non droit de mesure principale α la tangente de cet

angle noté tan$(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}})$ est définie par : tan$(\widehat{\vec{u}, \ \vec{v}}) = tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$

FIGURE



Remarque
Dans le repère orthonormé direct (O, I, J)
Les coordonnées du point M sont
$x_M = cos\alpha$ et $y_M = sin\alpha$: M $(cos\alpha; sin\alpha)$
Exemple :
I(1 ;0) donc $cos\ 0 = 1$ et $sin0 = 0$.
J(0 ;1) donc $cos\ \frac{\pi}{2} = 0$ et $sin\frac{\pi}{2} = 1$.

Conséquence : signe du Cosinus et du sinus sur l’intervalle $]-\pi, \pi]$.

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$cosx$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Pour $x \in \left]-\pi; -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; $cos\ x\ \leq 0$.
Pour $x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, $\cos x > 0$.

x	$-\pi$		0		π
$sin\ x$	0	$-$	0	$+$	0

Pour $x \in]-\pi; 0] \cup \{\pi\}$; $sin\ x\ \leq 0$.
Pour $x \in]0; \pi[$, $\sin x > 0$.

Exercice de fixation

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). M le point image de $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique.

Détermine les coordonnées de M dans le repère (O, I, J).

Solution

M est le point image de $\frac{\pi}{3}$ sur le cercle trigonométrique, alors M ($\cos\frac{\pi}{3}$; $\sin\frac{\pi}{3}$).

Comme $cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ et $sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, donc M ($\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

b. Propriétés

- Pour tout nombre réel α de l'intervalle]-π ; π], on a :

  $-1 \leq cos\alpha \leq 1;$

  $-1 \leq sin\alpha \leq 1;$

  $cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$;

  $\cos(-\alpha) = cos\alpha$

  $\sin(-\alpha) = -sin\alpha.$

- Pour tout nombre réel α de l'intervalle]-π ; π] tel que $\alpha \neq -\frac{\pi}{2}$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, on a :

  $tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$ et $1 + tan^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$.

Exercice de fixation

α est un nombre réel de l'intervalle]-π ; π] tel que $\alpha \neq -\frac{\pi}{2}$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$.

1) Dans chacun des cas ci-dessous, choisis la bonne réponse :

- $cos^2\alpha + sin^2\alpha$ est égale à : a) -1 b) 0 c) 1 d) 2
- $1 + tan^2\alpha$ est égale à : a) $1+\frac{sin\alpha}{cos\alpha}$ b) $\frac{1}{sin^2\alpha}$ c) $\frac{sin^2\alpha}{cos^2\alpha}$ d) $\frac{1}{cos^2\alpha}$

2) On donne $\cos\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ avec $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

   En utilisant égalité $cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$;calculer $\sin\alpha$

3) Ecrire simplement $A(x) = \sin(-x) + \cos(-x) + \cos x + \sin x$

Solution

1) c) ; d)
2) En utilisant $cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$

$$sin^2\alpha = 1 - cos^2\alpha$$

$$sin\alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha} \text{ ou } sin\alpha = -\sqrt{1 - cos^2\alpha}$$

$$sin\alpha = \sqrt{1-(\frac{3}{4})} \text{ ou } sin\alpha = -\sqrt{1-(\frac{3}{4})}$$

$$sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ ou } sin\alpha = -\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$sin\alpha = \frac{1}{2} \text{ ou } sin\alpha = -\frac{1}{2}$$

Comme $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$; $sin\alpha \geq 0$ Alors $sin\alpha = \frac{1}{2}$

3) $A(x) = \sin(-x) + \cos(-x) + \cos x + \sin x$
; $A(x) = -\sin(x) + \cos(x) + \cos x + \sin x$
; $A(x) = \cos(x) + \cos x$
$A(x) = 2\cos(x)$

C-Situation complexe

Ton oncle ; fonctionnaire et agent d'une administration est candidat à un concours professionnel. Dans sa préparation au concours une question dans le sujet de la session précédente retient son attention. Cette question est la suivante :

« On donne $\alpha \in]0;\frac{\pi}{2}[$ et $cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Justifie que : $tan\alpha = 2-\sqrt{3}$ ».

Après des heures de recherche infructueuse, il te sollicite pour l'aider.

Elève de 2nd C, propose la solution de la question à ton oncle.

Solution situation complexe

La question porte sur la trigonométrie

Pour répondre à cette question, je détermine $sin\alpha$ à partir des informations $\alpha \in]0;\frac{\pi}{2}[$ et

$cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

Puis je calcule $tan\alpha$ et je donne le résultat sans le symbole de radical au dénominateur.

Soit $\alpha \in]-\frac{\pi}{2};0[$

Je calcule $sin\alpha$:
on a : $cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$
$sin^2\alpha = 1 - cos^2\alpha$ soit $sin^2\alpha = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

donc $sin\alpha = -\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ $ou\ sin\alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

Comme $\alpha \in]0;\frac{\pi}{2}[$, $sin\alpha > 0$, par conséquent $sin\alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

Je calcule ensuite $tan\alpha$ sans radical au dénominateur.

$$tan\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 2-\sqrt{3}.$$

Donc pour $\in]0;\frac{\pi}{2}[$ et $cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$, $tan\alpha = 2-\sqrt{3}$.

C - EXERCICES DE RENFORCEMENT

Le plan est orienté dans le sens direct

Exercice 1

x etant la mesure principale d'un angle orienté démontre que

a)$(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2\sin x \cos x$

b) $(\cos x)^4 + (\sin x)^4 = 1 - 2(\sin x)^2(\cos x)^2$

Solution

a) $(\cos x + \sin x)^2 = (\cos x)^2 + (\sin x)^2 + 2\ \sin x\ \cos x$
   $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2\ \sin x\ \cos x$;car $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$

b) Montrons que :$(\cos x)^4 + (\sin x)^4 = 1 - 2(\sin x)^2(\cos x)^2$
   On sait que
   $((\sin x)^2 + (\cos x)^2)^2 = (\cos x)^4 + (\sin x)^4 + 2(\sin x)^2(\cos x)^2$
   $(1)^2 = (\cos x)^4 + (\sin x)^4 + 2(\sin x)^2(\cos x)^2$
   $(\cos x)^4 + (\sin x)^4 + 2(\sin x)^2(\cos x)^2 = 1$
   Donc $(\cos x)^4 + (\sin x)^4$= 1- $2(\sin x)^2(\cos x)^2$

Exercice 2

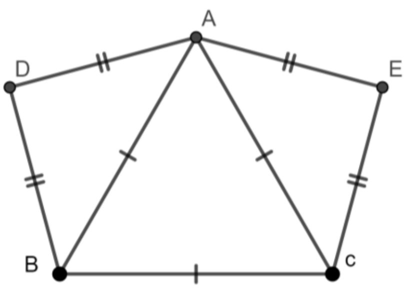
ABC est un triangle équilatérale direct D et E sont deux points tel que les triangles ADB et ACE sont rectangles respectivement en D et en E

Calculer les mesures principales

a) $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$et $(\widehat{\overrightarrow{DA},\ \overrightarrow{DB}})$

b) $(\widehat{\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AE}})$et $(\widehat{\overrightarrow{AE},\ \overrightarrow{AD}})$

c) $(\widehat{\overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{BC}})$et $(\widehat{\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{CB}})$



Solution

$\boldsymbol{Mes}(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{3}$

$\boldsymbol{Mes}(\widehat{\overrightarrow{DA} ; \overrightarrow{DB}}) = -\frac{\pi}{2}$

$\boldsymbol{Mes}(\widehat{\overrightarrow{A}\text{B} ; \overrightarrow{AE}}) = \frac{7\pi}{12}$

$\boldsymbol{Mes}(\widehat{\overrightarrow{A}\text{E} ; \overrightarrow{AD}}) = \frac{5\pi}{6}$

$\boldsymbol{Mes}(\widehat{\overrightarrow{D}\text{B} ; \overrightarrow{BC}}) = \frac{5\pi}{12}$

$\boldsymbol{Mes}(\widehat{\overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{CB}}) = \frac{-\pi}{12}$

.

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants donne
le signe de $cos\alpha$ et de $sin\alpha$

a) $\alpha \in [0;\frac{\pi}{2}]$, b) $\alpha \in]\frac{\pi}{2};\pi[$

c) $\alpha \in]-\frac{\pi}{2};0[$, d) $\alpha \in]-\pi;-\frac{\pi}{2}[$

Solution

$a)$ $\alpha \in [0;\frac{\pi}{2}]$: $cos\alpha \geq 0$ et $sin\alpha \geq 0$
b) $\alpha \in]\frac{\pi}{2};\pi[$: $cos\alpha < 0$ et $sin\alpha > 0$
c) $\alpha \in]-\frac{\pi}{2};0[$: $cos\alpha > 0$ et $sin\alpha < 0$
d) $\alpha \in]-\pi;-\frac{\pi}{2}[$: $cos\alpha < 0$ et $sin\alpha < 0$

Exercice 4

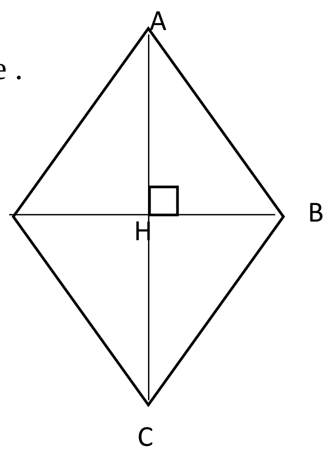
Sur la figure ci contre ABCD est un losange tel que AB = BD et H le .

Point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[DB]$

Détermine la mesure principale en radian de

Chacun des angles orientés suivants :

$(\widehat{\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DB}})$; $(\widehat{\overrightarrow{AH};\overrightarrow{AD}})$; $(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AD}})$; $(\widehat{\overrightarrow{BH};\overrightarrow{HA}})$.



Solution

$Mes(\widehat{\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DB}}) = -\frac{\pi}{3}$; $Mes(\widehat{\overrightarrow{AH};\overrightarrow{AD}}) = -\frac{\pi}{6}$; $Mes(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AD}}); = \frac{2\pi}{3}$ $Mes(\widehat{\overrightarrow{BH};\overrightarrow{HA}}) = -\frac{\pi}{2}$.

Exercice 5

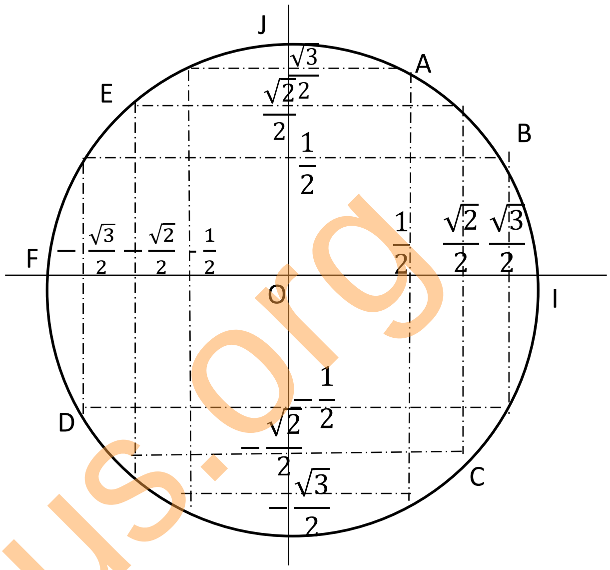
Observe le cercle trigonométrique ci-contre.

Donne la mesure principale en radian

de chacun des angles suivants :

$(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA}})$; $(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}})$; $(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OC}})$; $(\widehat{\overrightarrow{OF};\overrightarrow{OJ}})$

$(\widehat{\overrightarrow{OE};\overrightarrow{OA}})$.



Solution

Mes $(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA}}) = \frac{\pi}{3}$; $Mes(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}}) = \frac{\pi}{6}$; $Mes(\widehat{\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OC}}) = -\frac{\pi}{4}$; $Mes(\widehat{\overrightarrow{OF};\overrightarrow{OJ}}) = -\frac{\pi}{2}$

$Mes(\widehat{\overrightarrow{OE};\overrightarrow{OA}}) = -\frac{5\pi}{12}$.

Exercice6

ABC est un triangle rectangle en A, direct, tel que Mes$(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}) = -\frac{\pi}{6}$ et ACD est un triangle équilatéral direct.

Construis les points A, B, C et D.

Exercice 7

On donne $sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

1/ Détermine la valeur exacte de $cos\frac{\pi}{8}$.

2/ justifie que $tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$.

Solution

1) Je détermine la valeur exacte de $cos\frac{\pi}{8}$.

On a : $cos^2\frac{\pi}{8} + sin^2\frac{\pi}{8} = 1$ alors $cos^2\frac{\pi}{8} = 1 - sin^2\frac{\pi}{8}$

Donc $cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$

Comme $\frac{\pi}{8} \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$,$cos\frac{\pi}{8} > 0$ donc $\boxed{cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$

2/ je justifie que $tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$.

On a : $tan\frac{\pi}{8} = \frac{sin\frac{\pi}{8}}{cos\frac{\pi}{8}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$