Niveau : $1^{ères}$ CDE

Discipline : PHYSIQUE-CHIMIE

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

<u>THEME</u> : MECANIQUE

Titre de la leçon : ENERGIE CINÉTIQUE

I. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Un groupe d'élèves de $1^{ère}$C du Lycée Moderne Leboutou assiste à un accident devant le portail principal. Un véhicule roulant à vive allure vient percuter violemment un autre véhicule immobile. Le véhicule en mouvement a causé d'importants dégâts matériels et est complètement froissé. L'un des élèves affirme que l'importance de ces dégâts est dû au fait que le véhicule possédait une énergie cinétique très grande au moment du choc. Pour en savoir davantage, sous la direction de leur professeur, les élèves décident avec leurs camarades de classe de s'informer sur l'énergie cinétique d'un solide en mouvement, de connaître son expression et d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique.

II. CONTENU DE LA LEÇON

1. ENERGIE CINETIQUE :

1.1. Définition :

L'énergie cinétique d'un solide est l'énergie qu'il possède du fait de sa vitesse.

1.2 Expression de l'énergie cinétique d'un solide en translation :

Un point matériel M, de masse m, animé dans un repère donné de la vitesse $\vec{v}$ de norme v, possède l'énergie cinétique E_c : $\mathbf{E_c = \frac{1}{2} mv^2}$.

Unités : m en kg ; v en $m.s^{-1}$; E_c en joules (J).

1.3 Energie cinétique d'un ensemble de points matériels :

Soit un ensemble de points matériels M_1, M_2, …, M_i, …M_n de masses respectives m_1, m_2,…, m_i,…, m_n et dont les vitesses, à l'instant considéré valent v_1, v_2,…, v_i,…v_n.

• Pour le point M_i (m_i, v_i) : $E_{ci} = \frac{1}{2} m_i.v_i^2$

L'énergie cinétique, à l'instant considéré, de l'ensemble des points est la somme des énergies cinétiques de chacun d'eux.

• Pour l'ensemble des points : $\mathbf{E_c = \sum E_{ci} = \sum \frac{1}{2} m_i.v_i^2}$

<u>Activité d'application 1</u>

Une bille de masse m = 250 g se déplace sur une route rectiligne à la vitesse V = 2 $m.s^{-1}$.

1- Donne l'expression de son énergie cinétique.
2- Calcule la valeur de cette énergie $\mathbf{E_c}$.

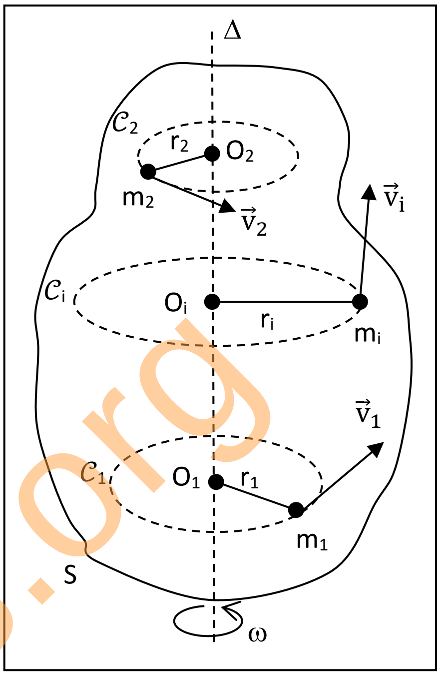
Solution

1- Expression de l'énergie cinétique :$E_c = \frac{1}{2} mV^2$
2- $E_c = \frac{0,25 \times 2^2}{2} = 0,5$ J

1.3. <u>Energie cinétique de rotation</u> *(pour la 1ère C)*

1.3.1 <u>Expression</u>

Le solide S est en rotation autour de l'axe fixe Δ et on le considère comme un ensemble de points matériels. Le point M_i de masse m_i se déplace sur le cercle $\mathcal{C}_i$ dont le plan est perpendiculaire à Δ.
Le centre de $\mathcal{C}_i$ est O_i et le rayon et $O_iM_i = r_i$.



A l'instant considéré, la vitesse angulaire de S est ω et tous les points de S ont la même vitesse angulaire ω.

• L'énergie cinétique du point M_i est :

$E_{ci} = \frac{1}{2}m_i.v_i^2 = \frac{1}{2}m_i.(r_i.\omega)^2 = \frac{1}{2}m_i.r_i^2\omega^2$ car $v_i = r_i.\omega$

• L'énergie cinétique du solide S est :

$E_c = \sum Ec_i = \sum\frac{1}{2}\, m_iv_i^2 = \sum \frac{1}{2}m_i.(r_i.\omega)^2 = \frac{1}{2}\omega^2\sum mi.r_i^2$

Car $\boldsymbol{\omega}$ a la même valeur pour chaque point matériel.

On pose : $\mathbf{J_\Delta = \sum mi.r_i^2}$.

C'est une grandeur caractéristique du solide S. Elle dépend de la répartition des masses qui le constituent autour de l'axe Δ. On l'appelle **moment d'inertie du solide par rapport à l'axe** Δ.

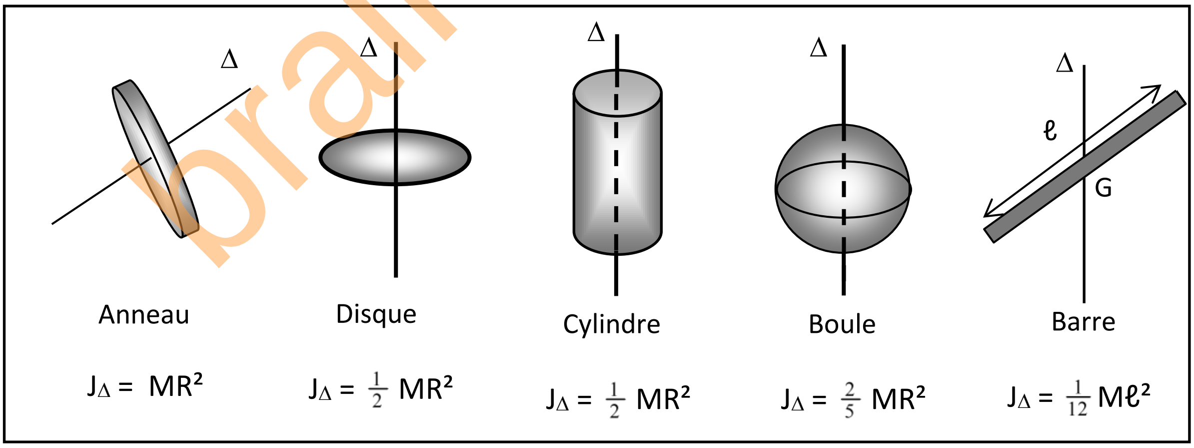
Donc : $\mathbf{Ec = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2}$.

Conclusion : L'énergie cinétique d'un solide de moment d'inertie $\mathbf{J_\Delta}$ tournant autour d'un axe fixe (Δ), à un instant où sa vitesse angulaire est ω est : $\mathbf{E_c = \frac{1}{2}\, J_\Delta.\omega^2}$

• E_c : énergie cinétique en joules (J) ;
• ω : vitesse angulaire en rad. s^{-1} ;
• J_Δ : moment d'inertie par rapport à Δ en kg. M

1.3.2 Moments d'inertie de quelques solides homogènes :

• M : masse du solide ; • R : rayon du solide.



Activité d'application

Un solide animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ), a pour vitesse angulaire ω égale à 0,5 rad.s^{-1}. Son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation est $J_\Delta = 6.10^{-1}$ kg.m^2.

1- Donne l'expression de son énergie cinétique.
2- Calcule la valeur de cette énergie E_c.

Solution

1- $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$.

2- $E_c = \frac{6.10^{-1} \times 0{,}5^2}{2}$ = 7,5.10^{-2} J

2. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE :

2.1. Théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide, entre deux instants t_1 et t_2, est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui s'exercent sur le solide entre ces deux instants : $\Delta \boldsymbol{E_C} = \sum \boldsymbol{W_{1-2}}(\vec{\boldsymbol{F}})$

2.2. Méthode d'étude :

Avant d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique, il faut :

❶ Préciser le système.

❷ Préciser les différentes forces qui s'exercent sur le système.

❸ Préciser les deux instants entre lesquels on applique le théorème.

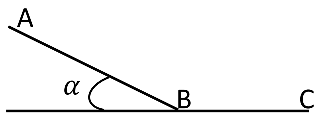
Activité d'application

Un objet de masse m = 85 kg descend une piste ABC sans vitesse initiale avant de s'arrêter en C.

Données : α = 30° ; AB = 20m; BC = 30m ; g = 10N/kg.

1-Détermine la vitesse V_B

2-Détemine la valeur des forces de frottement sur le parcours BC.



Solution

1. Valeur de V_B

Théorème de l'énergie cinétique sur AB :

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = mgh = mgAB\sin\alpha = \frac{1}{2}mV_B^2 - 0$

Alors $V_B = \sqrt{2gAB\sin\alpha} = \sqrt{2 \times 10 \times 20 \times 0{,}5}$ = 14,14m/s

2. Valeur des forces de frottements sur le parcours BC

Théorème de l'énergie cinétique sur BC :

$\Delta E_C = \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{f}) + W(\vec{P}) + W(\vec{R})$ d'où $-\frac{1}{2}mV_B^2 = - f \times BC$

donc $f = mV_B^2/2BC$;

AN : f = 283,33 N

SITUATION D'EVALUATION

Un samedi matin des congés de Noël, tu effectues un voyage avec tes camarades de classe pour une randonnée.

La charge constituée par la voiture et vous, a un poids total P = 1300 N.

Le conducteur démarre la voiture, aborde une côte avec la vitesse de $v_1 = 3$ m.s^{-1} puis atteint son sommet avec la vitesse $v_2 = 12$ m.s^{-1}. La distance parcourue sur cette côte, qui présente une ligne de plus grande pente faisant un angle β =15° avec le plan horizontal, est L = 50 m.

Du sommet de la côte, la voiture aborde une partie horizontale de la route en maintenant sa vitesse constante sur une distance d, avant de freiner sur autre distance d'= 40 m pour éviter de « cogner » un chien errant.

Durant tout le mouvement, les forces de frottement sont assimilées à une force unique $\vec{f}$ de valeur f = 780N (f = 0,6 P).
Pour les besoins, tu utiliseras comme intensité de la pesanteur, g = 10 N.kg^{-1}.

Tu es désigné par tes camarades pour montrer que les élèves de votre classe sont capables d'évaluer les forces appliquées à la voiture.

1- Énonce le théorème de l'énergie cinétique.

2- Détermine la valeur F de la force de propulsion $\vec{F}$ exercée par le sol sur les roues de la voiture (force motrice):

2.1- durant son trajet sur la côte;

2.2- sur le plan horizontal pendant que sa vitesse est constante.

3- Détermine la valeur F' de la force de freinage de la voiture.

Solution

1- Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide pendant un instant est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées pendant le même instant.

2- Valeur de la force motrice F de la voiture :

2.1- durant son trajet sur la côte

Inventaire des forces : $\vec{F}$ la force motrice, $\vec{f}$ la force de frottement, $\vec{P}$ le poids de la voiture et $\vec{R}$ la réaction normale du plan.

$$\frac{1}{2}mV_2{}^2 - \frac{1}{2}mV_1{}^2 = W(\vec{F}) + W(\vec{f}) + W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$= FL - fL - PL\sin 15° + 0$$

$$F = \frac{1}{L}(\frac{1}{2}mV_2{}^2 - \frac{1}{2}mV_1{}^2) + f + P\sin 15°)$$

$$F = \frac{1}{50}(\frac{1}{2}1300(12)^2 - \frac{1}{2}1300(3)^2) + 780 + 1300 \sin 15°$$

F = 2871,46 N

2.2- Sur le plan horizontal pendant que sa vitesse est constante :

$F \times d - f \times d = 0$, d'où $F = f = 780$ N

3- La force de freinage F' de la voiture.

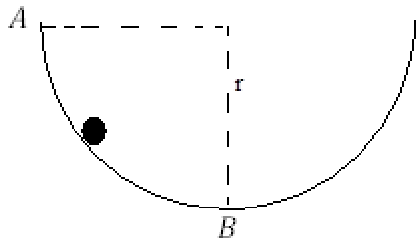
$$0 - \frac{1}{2}mV_2{}^2 = -(f + F')d' \quad \text{donc} \qquad F' = (\frac{1}{d'})\frac{1}{2}mV_2{}^2 - f$$

Ce qui donne F' = $0,5 \times 1300 \times 12^2 \frac{1}{40}$ - 780; F' = 1 560 N

III. EXERCICES

Exercice 1

Un objet de forme cubique de masse m = 100 g peut glisser à l'intérieur d'une cuvette demi-sphérique de rayon r = 0,5 m. On le lâche sans vitesse initiale du bord A de cette cuvette. Elle atteint le point B avec une vitesse V_B.



1 - Calcule la vitesse V_B de la bille au point B.

2 - En réalité la bille atteint le fond B avec la vitesse $V'_B = 2,5$ m.s^{-1}.

Précise si la bille est soumise à des forces de frottement.

3- Détermine :

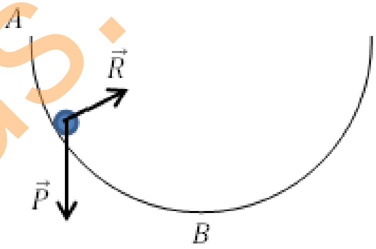
3.1 le travail total $W(\vec{f})$ de ces forces de frottement $\vec{f}$ au cours du mouvement de la bille dans le cas où elles existeraient.

3-2 l'intensité f de ces forces.

Solution

1 - <u>Calcul de</u> V_B

- Système: bille
- Inventaire des forces: - Poids $\vec{P}$ de la bille
  - Réaction $\vec{R}$ de la cuvette
- Le théorème de l'énergie cinétique entre A et B:



$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R})$$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = mgr$ avec $W_{AB}(\vec{R}) = 0$ Jcar $\vec{R}$ est perpendiculaire au déplacement et $V_A = 0$ m/s,

donc $V_B = \sqrt{2gr} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,5} = 3,16$ m.s^{-1}.

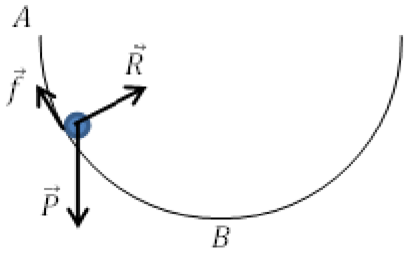
2 - <u>Présence des forces de frottement</u>

La bille est soumise à des forces de frottement car $V'_B < V_B$.

3-

3-1 <u>Calcul du travail des forces de frottement</u>

- Système: bille
- Inventaire des forces:
  - Poids $\vec{P}$ de la bille
  - Réaction $\vec{R}$ de la cuvette
  - Force de frottement $\vec{f}$



- Le théorème de l'énergie cinétique entre A et B:

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) + W_{AB}(\vec{f})$$

Avec $W_{AB}(\vec{R}) = 0$ et $V_A = 0$,

$\frac{1}{2}mV_B^2 = mgr + W_{AB}(\vec{f})$

d'où $W_{AB}(\vec{f}) = \frac{1}{2}mV_B^2 - mgr$

$W_{AB}(\vec{f}) = \frac{1}{2} \times 0,1 \times (2,5)^2 - 0,1 \times 10 \times 0,5 = -0,19\,J.$

3-2 <u>Intensité f des forces de frottement</u>

$W_{AB}(\vec{f}) = -f.\widehat{AB} = -f.r\frac{2\pi}{4}$

$\widehat{AB}$ est un quart de cercle.

$$f = -2\frac{W_{AB}(\vec{f})}{\pi r} \quad f = -2\frac{(-0{,}19)}{\pi \times 0{,}5} = 0{,}24\ N$$

EXERCICE 2

Recopie les groupes de mots ci-dessous dans l'ordre de manière à obtenir une phrase correcte, en rapport avec le théorème de l'énergie cinétique :

/d'un solide/ entre ces deux instants. / somme algébrique/ La variation de l'énergie cinétique/ entre deux instants / des travaux de/ toutes les forces extérieures appliquées / est égale à la/

Solution

La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures appliquées entre ces deux instants.

EXERCICE 3

Un volant en fonte est constitué d'un cylindre de rayon R = 50 cm et de hauteur h = 1 m. La masse volumique de la fonte est ρ = 7600 kg .m^{-3}.

1 - Détermine le moment d'inertie J_Δ du cylindre par rapport à son axe.

2 - Calcule son énergie cinétique E_c lorsqu'il tourne à une vitesse de ω_1 = 1 400 tr.min^{-1}

3 - Sa vitesse diminue à ω_2 =1300 tr.min^{-1} en Δt = 4 s.

Calcule la puissance moyenne restituée par la diminution de l'énergie cinétique du volant.

Solution

1 - Moment d'inertie du cylindre

$J_\Delta = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}\rho V R^2$ or V = $\pi R^2 h$; $J_\Delta = \frac{1}{2}\rho\pi R^2 h R^2$;

$J_\Delta = \frac{1}{2}\rho\pi h R^4 = 7600 \times \pi \times 1 \times \frac{0{,}25^4}{2} = 46{,}6$ kg.m^2

2 - Energie cinétique à 1400 tr/mn

$E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$ avec $\omega = \frac{2\pi N}{60}$ où N est en tr/min $\Rightarrow$

$E_C = \frac{1}{2} \times 46{,}6 \times (\frac{2\pi \times 1400}{60})^2 = 5{,}0.10^5$ J

3 - Puissance moyenne restituée

L'énergie cinétique du volant après la diminution de la vitesse angulaire (ω_2 =1300 tr.min^{-1}) est:

$E_{C'} = \frac{1}{2}J_\Delta\omega'^2$

A.N. $E_C = \frac{1}{2} \times 46{,}6 \times (\frac{2\pi \times 1300}{60})^2 = 4{,}32.10^5$ J

$\Delta E_c = E_{C'} - E_C = -6{,}8.10^4$ J

L'énergie restituée est E_r = 68 kJ. $\Rightarrow$ La puissance restituée est: $P = \frac{E_r}{\Delta t}$

A.N. $P = \frac{6{,}8.10^4}{4} = 1{,}7.10^4$w

EXERCICE 4

Au cours d'une séance de révision de vos leçons dans ta salle d'étude, ton voisin de classe te propose d'appliquer vos connaissances sur l'énergie cinétique pour déterminer la hauteur maximale atteinte par un projectile lancé à partir du jouet de ton petit frère. Ce jouet est constitué d'un canon à ressort de longueur à vide l_0, capable de lancer un petit projectile de masse m à une certaine hauteur. Ton voisin place le canon verticalement et lance le projectile en comprimant le ressort d'une longueur *l*. Tu décides en premier de déterminer la hauteur maximale atteinte par le projectile.

Données :

- ✓ m = 0,030kg ; l_0 = 10 cm ; *l* = 5 cm ; g= 10N/kg ;
- ✓ Une force d'intensité F= 10N provoque un raccourcissement de *x*= 0,5cm ;
- ✓ L'action de la pesanteur et les forces de frottements sont négligeables.

1. Enonce le théorème de l'énergie cinétique
2.

2-1-Donne l'expression de la constante de raideur k du ressort en fonction de F et de *x*.

2-2-Calcule la valeur de k.

3 Détermine :

3-1 La vitesse v_1 du projectile à la sortie du canon.

3-2-La hauteur maximale atteinte par le projectile.

<u>Solution</u>

1-

1-1-Expression de k : F = k.x donc k = $\frac{F}{x}$

1-2-Valeur de k : k = $\frac{10}{0,005}$ donc k = 2000N/m.

2-

2-1-vitesse v_1

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2}m\,v_1^2 - \frac{1}{2}m\,v_0^2 = W(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2}m\,v_1^2 = \frac{1}{2}k(l-l_0)^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{k(l-l_0)^2}{m}}.$$

AN : $v_1 = \sqrt{\frac{2000(0,05-0,1)^2}{0,03}}$

v_1= 12,9m/s

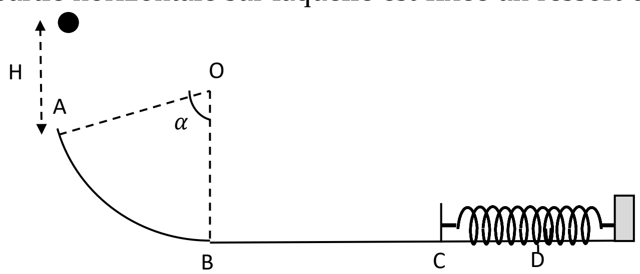
2-2 Hauteur maximale atteinte :

$$\frac{1}{2}m\,v_f^2 - \frac{1}{2}m\,v_1^2 = -mgh_{max}$$

v_f = 0 ; $h_{max} = \frac{v_1^2}{2g}$; A.N : $h_{max} = \frac{12,9^2}{20}$ = 8,32 m.

EXERCICE 5 (1ère C)

Un groupe d'élèves de première scientifique se propose de déterminer la compression du ressort utilisé dans un jeu d'enfant. La piste de jeu comporte une partie de forme circulaire de rayon r prolongée par une partie horizontale sur laquelle est fixée un ressort de raideur k. comme le montre la figure ci-dessous.



Pour jouer, il faut laisser tomber sans vitesse initiale, une bille ponctuelle de masse m située à la hauteur H du point A. La bille se déplace alors sur la piste ABC. Elle vient heurter l'extrémité libre du ressort qui se comprime d'une longueur x et s'arrête en D. Au cours de son mouvement, la bille est soumise à des forces de frottement d'intensité f constante qui s'annulent au-delà du point C.
Tu es désigné pour rédiger le compte rendu.

Données : m = 30 g ; k = 2.10^{-1}N.m^{-1} ; g = 10N/kg ; H = 50 cm ;
R = 50 cm ; α = 60° : BC = 50 cm ; f = 4,3 N.

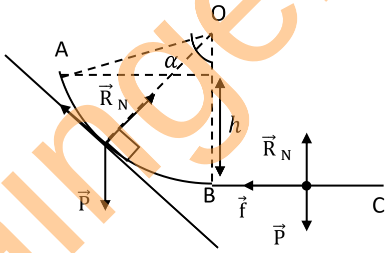
1. Enonce le théorème de l'énergie cinétique.
2. Calcule l'énergie cinétique de la bille lorsqu'elle arrive au point A.
3. Représente les forces qui s'exercent sur la bille :
   3.1 aux points M et M'.
   3.2 en contact avec le ressort comprimé de x ;
4. Calcule x puis explique ce qui se passe après l'instant d'arrêt.

Corrigé

1. La variation, pendant une durée donnée de l'énergie cinétique d'un solide animé d'un mouvement de translation quelconque ou d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe, est égale à la somme algébrique des travaux effectués par les forces extérieures appliquées au solide pendant la même durée.

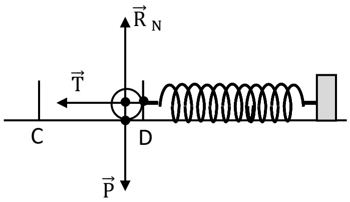
2.
Système : la bille
Bilan des forces :
$\vec{P}$: Poids du système
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$
$E_{C_A} - E_{C_H} = W(\vec{P})$ or $E_{C_H} = 0$ car la vitesse initiale est nulle et $W(\vec{P}) = m\,g\,H$ donc
$E_{C_A} + 0 = m\,g\,H \Longrightarrow$
$E_{C_A} = mgH$; $E_{C_A} = 0{,}15$ J

3.
3.1



Bilan des forces entre A et C :
$\vec{P}$: Poids du système
$\vec{R}_N$: réaction normale de la piste ABC
$\vec{f}$: force de frottement

3.2
Système: la bille
Bilan des forces entre C et D :



$\vec{P}$: Poids de la bille
$\vec{R}_N$: réaction normale de la piste CD
$\vec{T}$: tension du ressort.

4. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et D :
$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$
$E_{C_D} - E_{C_A} = W_{A\to D}(\vec{P}) + W_{A\to D}(\vec{R}_N) + W_{A\to C}W(\vec{f}) + W_{C\to D}(\vec{T})$
$0 - E_{C_A} = mgh + 0 - f\left(\widehat{AB} + BC\right) - \frac{1}{2}\,k\,x^2$

$$x = \sqrt{\frac{2\left[E_{C_A} + m\,g\,r(1-\cos\alpha) - f\left(r\frac{\pi}{3} + BC\right)\right]}{k}}\ ;\ x = 4\ cm.$$

Après l'instant d'arrêt, la balle rebrousse chemin.

IV. DOCUMENTATION

L'énergie cinétique est l'énergie que possède un corps du fait de son mouvement. L'énergie cinétique d'un corps est égale au travail nécessaire pour faire passer ledit corps du repos à son mouvement. On peut déduire de cela, dans le cadre de la physique newtonienne, qu'une variation d'énergie cinétique d'un solide pendant une certaine durée est égale au travail des forces externes exercées sur ce corps. C'est le théorème de l'énergie cinétique.

Le terme même d'énergie cinétique semble remonter au physicien William Thomson, plus connu sous le nom de Lord Kelvin. Il dérive en fait du mot grec *kinesis* signifiant mouvement. Toutefois, le concept est plus ancien puisqu'il provient des réflexions sur la mécanique de Gottfried Leibniz et Johann Bernoulli, qui décrivaient l'énergie cinétique comme une *vis viva*, en latin, c'est-à-dire la force vivante responsable du mouvement des corps. Leibniz se fit l'avocat d'une définition mathématique de la vis viva, qu'il introduisit comme le produit de la masse d'un objet par le carré de sa vitesse (mv^2), pendant les années 1676-1689, par opposition à la quantité de mouvement mv de Descartes et Newton censée jouer un rôle similaire.
De nos jours, l'énergie cinétique E_k d'une particule est un concept différent de sa quantité de mouvement p mais n'en est pas indépendant. Ainsi, en mécanique newtonienne, on a pour une particule de masse m en translation à la vitesse v : $E_k = 1/2\ mv^2 = p^2/2m$
On peut définir une énergie cinétique de rotation et de translation. Son unité légale est le joule. Les calculs s'effectuent avec les masses en kg et les vitesses en ms^{-1}. Comme la vitesse, l'énergie cinétique d'un corps est relative et dépend du référentiel.
On peut relier l'énergie cinétique moyenne des particules dans un gaz chaud à la température de ce gaz. On parle encore d'énergie cinétique d'un corps en physique quantique et en mécanique relativiste. Toutefois, dans le cadre de la théorie de la relativité, la formule donnant l'énergie cinétique n'est pas la même.

Source : Futura science. https://www.futura-sciences.com/