Direction Générale : Yaoundé, Cameroun
Courriel : toumpeintellectual@gmail.com
Téléphone : (+237) 672 004 246
WhatsApp : (+237) 696 382 854

DIRECTION ACADEMIQUE
******
SECRETARIAT DES EXAMENS
******

ACADEMIC DEPARTMENT
******
EXAMINATIONS SECRETARIAT
******

EXAMEN DE FIN DE COURS DE VACANCES EDITION 2022

Classes : **Terminales D.TI**	Durée : **04H**	Coef : **04**	Session : **Août 2022**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE I	EVALUATION DES RESSOURCES	15 POINTS

EXERCICE I	RECURRENCE ET SUITES	10 POINTS

1. Définir : Assertion **0.5pt**
2. Démontrer par récurrence les propositions suivantes :
   a) $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^{n} k(n-k) = \frac{(n-1)n(n+1)}{6}$ **1pt**
   b) $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ **1pt**
   c) $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ **1pt**
   d) $\forall a \in \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)\dots(k+a)} = \frac{1}{a.a!} - \frac{n!}{a(n+a)!}$ **1pt**
   e) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*, |\sin(nx)| \leq n|\sin x|$ **1pt**
3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et telle que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$

3.1. Calculer u_1 et u_2 **0.5pt**

3.2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n, 0 < u_n$ **0.5pt**

3.3. On admet que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 1$. Montrer que la suite (u_n) est croissante **0.5pt**

3.4. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3 **0.5pt**

b) Exprimer pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n **1pt**

c) En déduire que $u_n = \frac{3^n}{3^n+1}$ **1pt**

d) Déduire la limite de la suite (u_n) **0.5pt**

EXERCICE II	NOMBRES COMPLEXES	05 POINTS

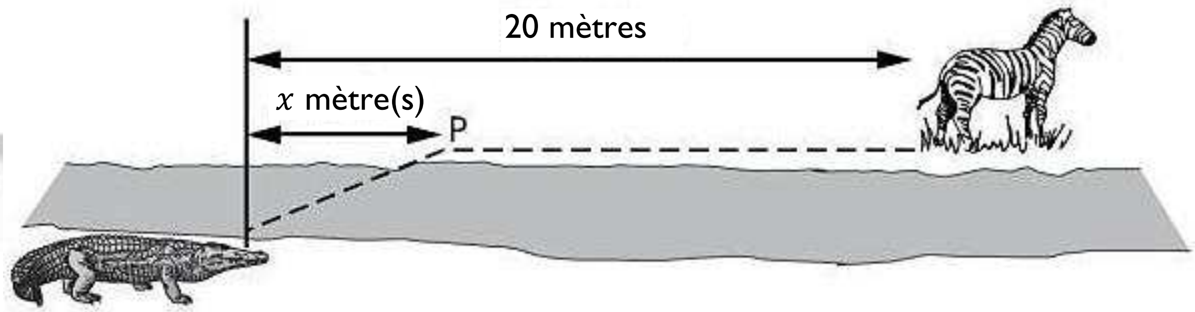
1. Mettre sous la forme $a + ib$ les nombres complexes suivants : a) $\frac{3+6i}{3-4i}$ b) $\left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2$ **1pt**
2. On pose $P(z) = iz^3 + (-1-5i)z^2 + (8+8i)z - 12 - 4i$
   a) Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure $z_0 = i\beta$ $(\beta \in \mathbb{R})$ que l'on déterminera **1pt**
   b) Déterminer trois nombres complexes a, b et c tels que l'expression de $P(z) = (z+2i)(az^2 + bz + c)$ **1pt**
   c) Calculer $(1-i)^2$ **0.5pt**
   d) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $iz^2 + (1-5i)z - 2 + 6i = 0$ **1pt**
   e) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$ **0.5pt**

PARTIE II	EVALUATION DES COMPETENCES	05 POINTS

Compétence visée : Estimer en combien de temps le crocodile atteindra le zèbre, selon qu'il se déplace dans l'eau ou sur terre.

Un crocodile a repéré une proie située à 20 mètres de lui sur la berge opposée d'une rivière. Le crocodile se déplace à une vitesse différente sur terre et dans l'eau. Le temps que met le crocodile à atteindre le zèbre peut être réduit s'il traverse la rivière en visant un certain point P, placé à x mètres du point de départ sur l'autre rive (voir schéma).

Le temps T nécessaire (en dixièmes de seconde) pour faire le trajet est donné par l'équation $T(x) = 5\sqrt{36 + x^2} + 4(20 - x)$



Taches à effectuer :

1. En combien de temps le crocodile rejoindra le zèbre uniquement à la nage ? **1.5pt**
2. Déterminer le temps nécessaire au crocodile pour qu'il rejoigne le zèbre s'il coupe la rivière au plus court. **1.5pt**
3. Entre ces deux extrêmes, il existe une valeur de x qui minimise le temps nécessaire. Trouver cette valeur de x et en déduire ce temps minimum. **1.5pt**

Présentation **0.5pt**

Examinateur : **M. NODEM KENNE Aurel**