

## DIRECTION ACADEMIQUE

\*\*\*\*\*

TECHNIQUE COMMERCIALE

\*\*\*\*\*

## ACADEMIC DEPARTMENT

\*\*\*\*\*

COMMERCIAL TECHNICAL

\*\*\*\*\*

## SUPPORT DE COURS DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Classes : **Premières CG**

Durée : **04H**

Année Scolaire : **2022 / 2023**

## CHAPITRE I : RAPPORTS ET PROPORTIONS

### Introduction :

Ce chapitre augmente les acquis de l'élève sur les fractions et les composantes d'un rapport. Il permet de percevoir l'utilité des fractions en sciences de gestion.

### Leçon I : Les Rapports

**OPO** : A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de :

- Définir les rapports ; suite de rapports égaux
- Maîtriser les propriétés des rapports ;
- Résoudre les problèmes relatifs aux rapports.

### I- DEFINITION ET PROPRIETES DES RAPPORTS

#### I- Définition d'un rapport

Le **rapport (x)** de deux nombres **a** et **b** est le quotient exact de la grandeur (a) sur la grandeur (b) non nul ( $b \neq 0$ ). Les nombres (a) et (b) forment un rapport :  $\frac{a}{b} = x$ . Les nombres (a), (b) et (x) sont les **termes du rapport**, **a = numérateur**, **b = dénominateur** et **x le quotient**.  
Exemple de rapport :  $15/3=5$

#### 2- Propriétés des rapports

Les opérations sur les rapports suivent les mêmes règles que les opérations sur les fractions. Ainsi :

- **Propriété 1** : On ne change pas la valeur d'un rapport si on multiplie ou divise ses deux termes par un même nombre non nul.
- **Propriété 2** : Les rapports sont soumis aux mêmes opérations que les fractions (addition, soustraction, multiplication et division).

❖ **Sous-propriété 1** : addition ou soustraction de plusieurs rapports

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{e}{b} = \frac{a+c+e}{b} \text{ (Mêmes dénominateurs)}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{a*d*f + c*b*f + e*b*d}{b*d*f} \text{ (Dénominateurs différents)}$$

❖ **Sous-propriété 2** : multiplication de plusieurs rapports

$$\frac{a}{b} * \frac{c}{d} * \frac{e}{f} = \frac{a*c*e}{b*d*f}$$

❖ **Sous-propriété 3** : division de deux rapports

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c}$$

**Application** : Effectuer les opérations suivantes :

$$\frac{11}{5} + \frac{4}{3} + \frac{7}{2} ; \frac{28}{6} - \frac{13}{9} + \frac{19}{4} ; \frac{10}{8} \times \frac{41}{39} \times \frac{75}{21} ; \frac{23}{7} \div \frac{12}{5} ;$$

**Solution** : Effectuons les opérations

$$\begin{aligned} \frac{11}{5} + \frac{4}{3} + \frac{7}{2} &= \frac{11*3*2+4*5*2+7*5*3}{5*3*2} = \frac{66+40+105}{30} = \frac{211}{30} \\ \frac{28}{6} - \frac{13}{9} + \frac{19}{4} &= \frac{28*9*4-13*6*4+19*6*9}{28*9*4-13*6*4+19*6*9} = \frac{1008-312+1026}{216} = \frac{1722}{216} \\ \frac{10}{8} \times \frac{41}{39} \times \frac{75}{21} &= \frac{10*41*75}{8*39*21} = \frac{30750}{6552} \\ \frac{23}{7} \div \frac{12}{5} &= \frac{23}{7} \times \frac{5}{12} = \frac{23*5}{7*12} = \frac{115}{84} \end{aligned}$$

## II- SUITES DES RAPPORTS EGAUX

### I- Définition

Une suite de plusieurs rapports égaux est égale au rapport donc le numérateur est la somme des numérateurs et le dénominateur la somme des dénominateurs.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

### 2- Application

**Application** :

L'économe d'un super marché récapitule les dépenses et les consommations de yaourts du mois de janvier. Le prix unitaire est resté à 1250FCFA, le kilogramme pendant tout le mois. On vous présente le tableau suivant :

| Dates                   | 05 /01 | 13/01 | 16/01 | 25/01 | 30/01 |
|-------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|
| Quantités achetées (kg) | 14     | 16,5  | 22    | 32    | 18,5  |

**Travail à faire** :

- 1- Former les rapports des prix payés aux quantités achetées ;
- 2- Former un nouveau rapport égale au précédent qui a pour numérateur la somme des numérateurs et dénominateur la somme des dénominateurs.

**Solution**

- 1- Formons les rapports des prix payés aux quantités achetées

| Dates                                                            | 05 /01 | 13/01 | 16/01 | 25/01 | 30/01 |
|------------------------------------------------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|
| Quantités achetées (kg)                                          | 14     | 16,5  | 22    | 32    | 18,5  |
| Prix payés (Quantités x 1250)                                    | 17500  | 20625 | 27500 | 40000 | 23125 |
| Rapports = $\frac{\text{PRIX PAYES}}{\text{QUANTITES ACHETEES}}$ | 1250   | 1250  | 1250  | 1250  | 1250  |

- 2- Formons un nouveau rapport

$$\text{Nouveau rapport} = \frac{17500+20625+27500+40000+23125}{14+16,5+22+32+18,5} = 1250$$

## Leçon 2 : Les proportions et les grandeurs proportionnelles

**OPO** : A la fin de cette leçon, l'élève doit être capable de :

- Définir les proportions, grandeurs directement proportionnelles et inversement proportionnelles ;
- Résoudre les problèmes relatifs aux proportions, aux grandeurs directement proportionnelles et inversement proportionnelles.

### I- LES PROPORTIONS

#### I- Définition

On appelle **proportion** l'égalité de deux rapports.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  forment une proportion si et seulement si pour tout  $b$  et  $d \neq 0$  (c'est-à-dire  $b$  et  $d$  différents de zéro ou non nuls).

$$\text{On a : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Dans cette proportion,  $a$  et  $d$  sont les **extrêmes**,  $b$  et  $c$  sont les **moyens**.

#### 2- Propriétés

##### a- Les propriétés fondamentales

- Dans une proportion le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.  
$$a*d = b*c$$
- Etant donné une proportion, on obtient une nouvelle proportion en permutant les moyens
- Etant donné une proportion, on obtient une nouvelle proportion en permutant les extrêmes
- Etant donné une proportion, on obtient une nouvelle proportion en égalisant les inverses de chaque rapport.

##### b- La quatrième proportionnelle

On appelle **quatrième proportionnelle (x)** à trois nombres, le quatrième terme de la proportion dont les trois autres sont connus.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \rightarrow x = \frac{bc}{a}.$$

**Application** : Soit un ensemble ordonné de 7, 11, 14 et  $x$ . on vous demande de calculer la valeur de la quatrième proportionnelle  $x$ .

**Solution** :  $\frac{7}{11} = \frac{14}{x}$  d'où  $7x = 11*14$  donc  $x = \frac{11*14}{7} = \frac{154}{7} = 22$

##### c- La moyenne proportionnelle

On dit que **(x) est la moyenne proportionnelle** de  $a$  et  $b$  si  $x$  occupe la position des moyens dans une proportion où  $a$  et  $b$  sont les extrêmes.

$$\text{C'est-à-dire : } \frac{a}{x} = \frac{x}{b} \rightarrow x^2 = ab \text{ d'où } x = \pm\sqrt{ab}$$

**Application** : Donner la moyenne proportionnelle de 9 et 16.

**Solution** :  $\frac{9}{x} = \frac{x}{16}$  d'où  $x^2 = 9*16$  donc  $x = \sqrt{9*16} = \sqrt{144} = 12$

### II- LES GRANDEURS PROPORTIONNELLES

#### I- Définition d'une grandeur

On appelle **grandeur** tout élément mesurable auquel on peut attribuer une valeur numérique. **Exemple** : La quantité, le poids, la taille, la distance...

#### 2- Grandeurs directement proportionnelles

Deux grandeurs sont **directement proportionnelles** lorsque les diverses valeurs de l'une sont proportionnelles aux différentes valeurs correspondantes de l'autre.

Ainsi, les valeurs **X**, **Y** et **Z** sont directement proportionnelle à **a**, **b** et **c** si et seulement si :



$$\frac{X}{a} = \frac{Y}{b} = \frac{Z}{c} = k \text{ (coefficient de proportionnalité)}$$

**Application 1 :** On vous présente les primes de rendement du premier trimestre de Monsieur BODO, agent commercial, par rapport à la quantité de produits vendus.

| Mois            | Janvier | Février | Mars  |
|-----------------|---------|---------|-------|
| Primes en FCFA  | 15 000  | 24 000  | 9 000 |
| Produits vendus | 4 000   | 6 400   | 2 400 |

**Travail à faire :** Montrer que la prime mensuelle reçue par Monsieur BODO est directement proportionnelle à la quantité de produits vendus.

**Solution :** Vérifions les égalités suivantes :

$$\frac{15000}{4000} = 3,75 ; \quad \frac{24000}{6400} = 3,75 ; \quad \frac{9000}{2400} = 3,75$$

On se rend compte que :  $K = \frac{15000}{4000} = \frac{24000}{6400} = \frac{9000}{2400} = 3,75$

Ces trois rapports ont la même valeur, on dit alors que la prime mensuelle est directement proportionnelle à la quantité de produits vendus.

### 3- Grandeurs inversement proportionnelles

Les trois grandeurs, **X**, **Y** et **Z** sont **inversement proportionnelles** aux nombres **a**, **b** et **c** si et seulement si :

$$\frac{X}{\frac{1}{a}} = \frac{Y}{\frac{1}{b}} = \frac{Z}{\frac{1}{c}} = k \text{ (coefficient de proportionnalité)}$$

Après simplification, on a :

$$X \cdot a = Y \cdot b = Z \cdot c = K \text{ (coefficient de proportionnalité)}$$

On dit alors que **deux grandeurs sont inversement proportionnelles** si et seulement si le produit de leurs mesures correspondantes est constant.

**Application :** Le tableau ci-contre présente la longueur d'un pagne acheté en fonction du prix.

|                   |     |    |    |
|-------------------|-----|----|----|
| Longueur du pagne | 250 | 75 | 50 |
| Prix du pagne     | 12  | 40 | 60 |

**Travail à faire :** Montrer que la longueur du pagne acheté est inversement proportionnelle aux prix unitaire du mètre.

**Solution :** Vérifions les égalités suivantes :

$$250 \times 12 = 3\,000 ; 75 \times 40 = 3\,000 ; 50 \times 60 = 3\,000$$

Ces trois produits ont la même valeur, on dit alors que la longueur du pagne est inversement proportionnelle au prix.

**M. ESSOUE ELAT FRANCK, PLET en Comptabilité**