Ministère des enseignements secondaires
Office du baccalauréat du Cameroun

Examen : BT Session : 2022
Séries/Spécialités : IND sauf IH
Épreuve : Mathématiques
Durée : 3h Coefficient : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages.

Exercice 1 : (4,5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.
On note (H) l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe z vérifiant : $z^2-9=-1-\bar{z}^2$.

1) On pose $z=x+iy$, x et y étant des nombres réels.
Montrer que tout point M(x ;y) de (H) vérifie l'équation: $x^2-y^2=4$. **0,5pt**

2) Soient A, B et C les points d'affixes respectives -2 ; $-4-2i\sqrt{3}$ et $-4+2i\sqrt{3}$
Vérifier que les points A, B et C appartiennent à (H). **0,75pt**

3) Déterminer la nature, l'excentricité, les foyers et les asymptotes de (H). **1,5pt**

4) Placer les points A, B, C et construire (H) dans le même repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. **1,75pt**

Exercice 2 : (5,5 points)

A) On considère les équations différentielles :

$$(E_0) : y''-2y'+y=0 \text{ et } (E) : y''-2y'+y=-\frac{1}{2}x+3$$

1) Résoudre (E_0) sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**
2) Soit P un polynôme du premier degré défini par $P(x)=ax+b$ où a et b sont des nombres réels. Déterminer a et b pour que P soit solution de (E). **0,5pt**
3) Soit h une fonction numérique. Démontrer que h est une solution de (E) si et seulement si $h-P$ est solution de (E_0). **0,5pt**
4) Donner l'ensemble des solutions de (E). **0,5pt**
5) Déterminer la solution g de (E) dont la courbe passe par le point A (0;2) et dont la tangente en ce point à la courbe de g est parallèle à l'axe des abscisses. **0,5pt**

B) Une petite entreprise place le 1er janvier 2020 un capital de 200 000FCFA dans une banque au taux d'intérêts composés annuel de 5%, c'est-à-dire que les intérêts d'une année s'ajoutent au capital pour le calcul des intérêts de l'année suivante. On note C_n le capital de cette entreprise le 1er janvier de l'année (2020+n), n étant un entier naturel.

1) Déterminer C_0 et C_1. **1pt**
2) Exprimer C_{n+1}en fonction de C_n, puis déduire que (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. **0,75pt**
3) a) Montrer que $C_n=200\,000\times(1{,}05)^n$. **0,5pt**
b) En déduire l'année à laquelle le capital de cette entreprise sera supérieur au double du capital initial. **0,75pt**

Problème : (10 points)

Partie A

Soit g la fonction définie définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=-x^2-2+2\ln x$.

1) Calculer les limites de g en 0^+ et $+\infty$. **0,5pt**
2) Pour tout $x\in]0,+\infty[$, calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g. **0,5pt**
3) Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g sur $]0,+\infty[$. **1pt**
4) En déduire le signe de g sur $]0,+\infty[$. **0,5pt**

 SESSION 2022

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = -x + 5 - \frac{2\ln x}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$. L'unité graphique est le cm.

1) a) Calculer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$. **1pt**

b) En déduire une asymptote verticale à (C_f). **0,5pt**

2) Pour tout $x \in]0,+\infty[$, montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ où f'est la dérivée de f. **1pt**

3) Dresser le tableau de variations de f sur $]0,+\infty[$. **0,75pt**

4) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est une asymptote à la courbe (C_f). **0,5pt**

b) Étudier la position de (C_f) par rapport à (D). **0,5pt**

5) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[4{,}3;\ 4{,}4]$. **1pt**

6) Construire la courbe (C_f) et la droite (D) dans le même repère $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$. **1,25pt**

7) Soit λ un réel strictement supérieur à 1.

a) Soit h la fonction définie par $h(x) = (\ln x)^2$, calculer la dérivée de h. **0,5pt**

b) En déduire l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ de la surface délimitée par (C_f), (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \lambda$. **0,5pt**

 SESSION 2022