

PROPOSITION : DU CORRIGÉ DE
MATHÉMATIQUES PROBATOIRE
ESG SÉRIE A-ABI SESSION 2022

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE 1

1) Calculons la moyenne des temps mis par les élèves de cette classe : $\bar{T} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$ 0,25pt

$$\bar{T} = \frac{(5 \times 6) + (10 \times 3) + (25 \times 4) + (35 \times 5) + (45 \times 2)}{20} = \frac{30 + 30 + 100 + 175 + 90}{20} = 21,25$$

Donc, $\bar{T} = 21,25 \text{ min}$ 0,25pt

2) Construction du polygone des effectifs cumulés croissant de cette série : 0,5pt

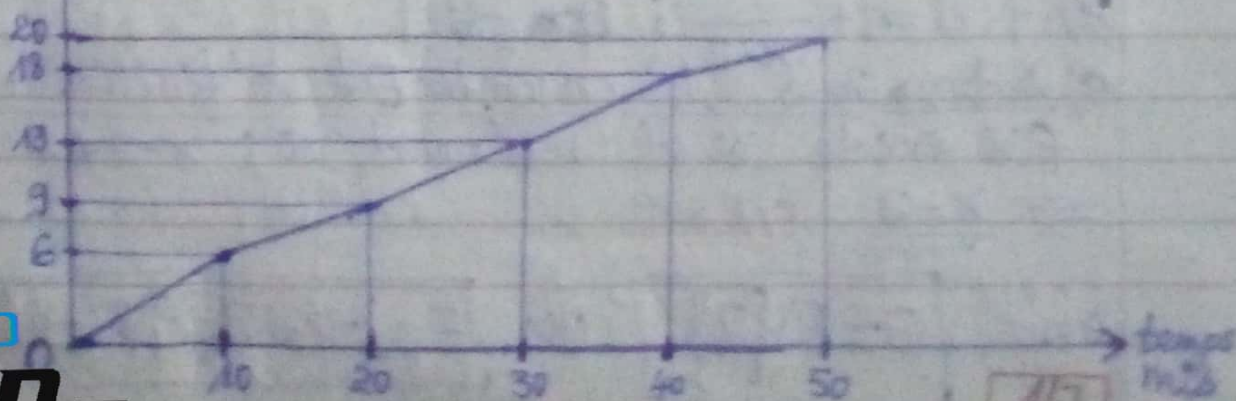
Temps mis (min)	$[0; 10[$	$[10; 20[$	$[20; 30[$	$[30; 40[$	$[40; 50[$
Effectifs	6	3	4	5	2
ECC	6	9	13	18	20

1cm $\rightarrow$ 5 min et 1cm $\rightarrow$ 5 élèves

ECC

* 0,25pt $\times 2 = 0,5$ pt (axes)

* 0,25pt (polygone)



3) a) nombre de choix possibles:

$$N = C_6^2 = 15 \text{ choix}$$

D'où, il y'a 15 choix possibles.

1 pt

3-b) Nombre de choix possibles ne contenant que des garçons:

$$N = C_6^2 = 20 \text{ choix}$$

1 pt

D'où, il y'a 20 choix possibles.

EXERCICE 2

$$g(x) = \frac{x+a}{x+b} ; \text{ sur } [-3; 7].$$

1) Déterminons a et b pour que (g) passe par les points A(-3; 0) et B(7; 2):

$$A \in (g) \Leftrightarrow g(-3) = 0 \Leftrightarrow \frac{-3+a}{-3+b} = 0 \Rightarrow \boxed{a=3} \quad \text{0,5 pt}$$

$$\rightarrow B \in (g) \Leftrightarrow g(7) = 2 \Leftrightarrow \frac{7+a}{7+b} = 2 \Rightarrow a=8$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{7+b} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2b + 14 = 10$$

$$\text{D'où, } \boxed{b=-2} \quad \text{0,25 pt}$$

$$\text{Donc, } \boxed{a=3 \text{ et } b=-2} \quad \text{0,5 pt}$$

$$\text{Ainsi, } \boxed{g(x) = \frac{x+3}{x-2}}$$

$$2). f(x) = 1 + \frac{5}{x-2} ; \text{ sur } [-3; 7]$$

a) Déterminons l'ensemble E de définition de f:

f(x) existe si et seulement si: $x-2 \neq 0$

$$\Rightarrow \underline{x \neq 2} \quad \text{0,25 pt}$$

$$\text{Donc, } \boxed{E = \mathbb{R} \setminus \{2\}} \text{ ou } \boxed{E =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[}$$

b) Calculons: $0,25 \text{ pt} \times 2 = 0,5 \text{ pt}$

* $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$; * $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

2i) D'eduisons que (D): $x=2$ est une asymptote à (Cf)
 Comme les limites de $f(x)$ en 2 donne l'infini,
 alors la droite (D): $x=2$ est une asymptote verticale à (Cf).

c) Justifier que $f'(x) = -\frac{5}{(x-2)^2}$; $\forall x \neq 2$ 0,25pt

* $\forall x \in E$ et $x \neq 2$, on a:

$f'(x) = \left(1 + \frac{5}{x-2}\right)' = \left(\frac{5}{x-2}\right)'$ Car $(1)' = 0$ 0,25pt

$\Rightarrow f'(x) = \frac{(5)'(x-2) - (x-2)'(5)}{(x-2)^2} = \frac{-1 \times 5}{(x-2)^2} = -\frac{5}{(x-2)^2}$ 0,25pt

Où, le résultat.

d) Sens de Variations de f :

Comme $f'(x) = -\frac{5}{(x-2)^2} \Rightarrow \underline{f'(x) < 0}$ 0,25pt

Donc, f est strictement décroissante sur E . 0,25pt

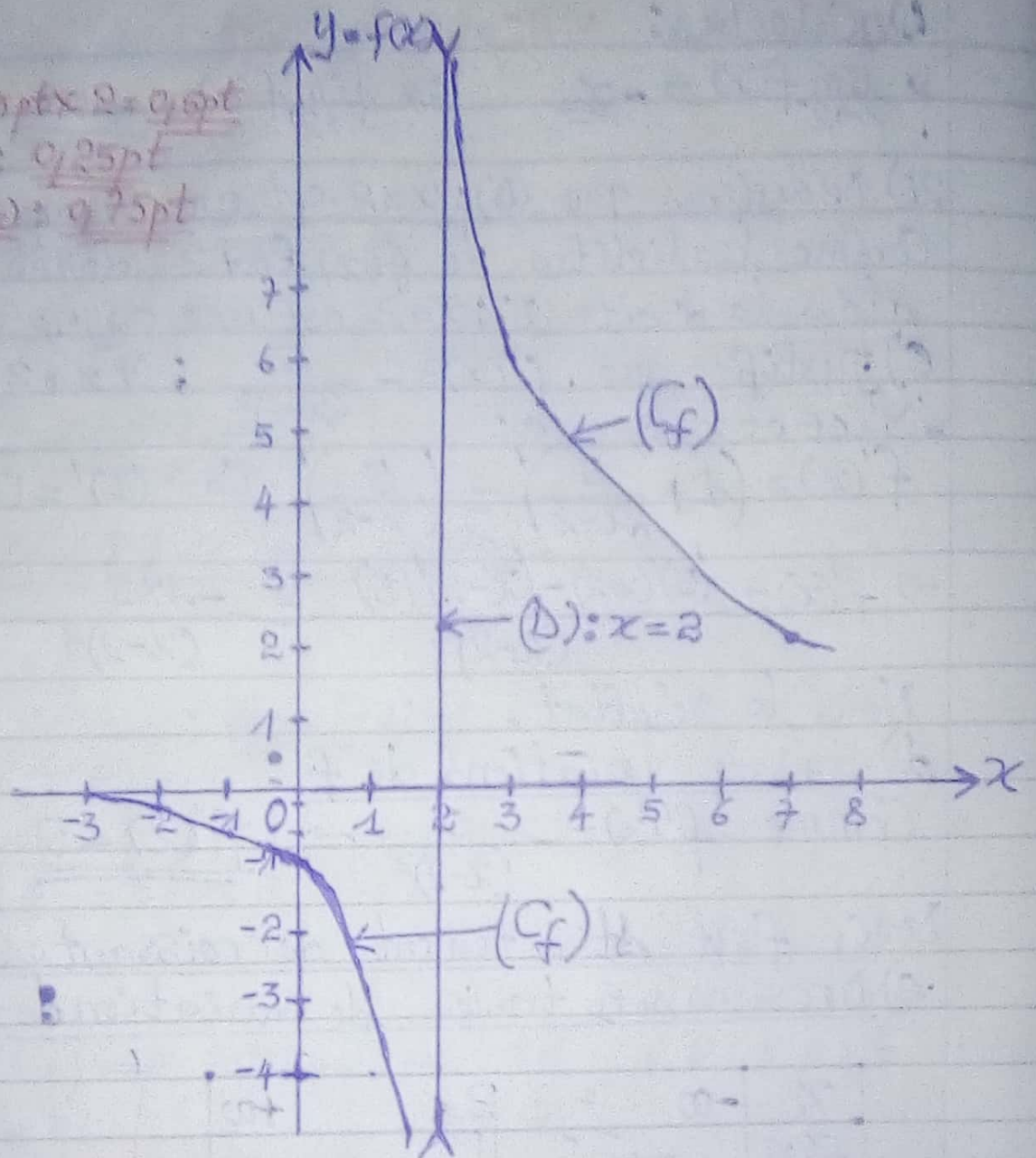
e) Dressons son tableau de Variation de f :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

0,75pt

f) Construction de la Courbe de f

* Axes: 0,25pt x 2 = 0,5pt
 * Droite(D): 0,25pt
 * Courbe(Cf): 0,75pt



EXERCICE 3

1) a) Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation (E): $x^2 - 41x + 408 = 0$

$$\Delta = (-41)^2 - 4(1)(408) = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7 \quad 0,25pt$$

$$\text{Donc, } x_1 = \frac{41-7}{2} = 17 \quad \text{et } x_2 = \frac{41+7}{2} = 24$$

Donc, $S_{\mathbb{R}} = \{17; 24\}$ 0,5pt.

b) Résolution de l'inéquation (I): $x^2 - 41x + 408 \leq 0$

* Tableau de signe de $x^2 - 41x + 408$

x	$-\infty$	17	24	$+\infty$
$x^2 - 41x + 408$	+	○	○	+

Donc, l'inéquation (I) a pour solution :

$$S_{\mathbb{R}} = [17; 24] \quad 0,25pt$$

2) $A = 408 \text{ m}^2$ et $P = 82 \text{ m}$

a) Justifions que les dimensions de ce terrain sont solutions de l'équation (E)

* Soit " L " la longueur de ce terrain et " l " la largeur de ce terrain. 0,25pt

* Aire du terrain est $408 \text{ m}^2 \Leftrightarrow \boxed{L \times l = 408} \text{ (1)} \quad \text{0,25pt}$

* Périmètre du terrain est $82 \text{ m} \Leftrightarrow (L+l) \times 2 = 82$
 $\Rightarrow \boxed{L+l = 41} \text{ (2)} \quad \text{0,25pt}$

D'après (1) et (2), on obtient le système :

$$\begin{cases} L \times l = 408 & \text{(1)} \\ L + l = 41 & \text{(2)} \end{cases} \quad \text{0,25pt}$$

* Dans (2) on a : $l = \frac{408}{L}$

* Remplaçons l dans (2i); on obtient $L + \frac{408}{L} = 41$
 $\Leftrightarrow L^2 + 408 = 41L$

D'où, $\boxed{L^2 - 41L + 408 = 0} \quad \text{0,25pt}$

Ainsi, par identification avec l'équation (E); $\chi = L$.
 Donc, les dimensions de ce terrain sont solutions de (E)

2-b) Déduisons la longueur L et la largeur l .

D'après 1-a), de l'équation (E) on a obtenu :

$\chi = 17$ et $\chi = 24$. De ce qui précède (2-a); les dimensions de ce terrain vérifient (E). 0,25pt

D'où, $\begin{cases} L = 24 \text{ m} \\ l = 17 \text{ m} \end{cases}$ Car $\underline{L > l}$. 0,25pt

Donc, ce terrain a une longueur de 24 m et de largeur 17 m . 0,5pt = 0,25pt \times 2

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES

Tâche 1: Vérifions si la somme d'argent dont dispose FRED. lui permettra d'acheter la bague.

* Déterminons le montant de baisse:

Après la 1^{ère} baisse, un sac qui coûtait 11000 F est vendu à 10.120 F.

Cela veut dire que le montant de baisse M est:

$$M = 11000 \text{ F} - 10.120 \text{ F} = \underline{880 \text{ F}}$$

D'où, $M_1 = 880 \text{ F}$

* Déterminons le prix de la bague après la 1^{ère} baisse:

$$M_1 = 10.000 \text{ F} - 880 \text{ F} = \underline{9120 \text{ F}}$$

D'où, $M_1 = 9120 \text{ F}$

* Déterminons le montant de la bague après la 2^{ème} baisse:

$$M_2 = 9.120 \text{ F} - 880 \text{ F} = \underline{8240 \text{ F}}$$

D'où, $M_2 = 8240 \text{ F}$

Conclusion: Comme $8240 \text{ F} < 8500 \text{ F}$; cette somme que dispose FRED lui permettra d'acheter cette bague.

Tâche 2: Vérifions si le nombre de place réservé suffira

* Soit n le nombre de membres de ce groupe.

* Soit $U = 154000 \text{ F}$, le prix du lit

* 8800 F s'augmente aux membres payés. C'est à dire:

$$154000 = \cancel{154000} + (8800n + 8800) \times \frac{n}{2}$$

$$\Leftrightarrow 8800n^2 + 8800n = 30800$$

$$\Leftrightarrow \boxed{8800n^2 + 8800n - 30800 = 0} \Rightarrow \boxed{n^2 + n - 35 = 0}$$

$$\Delta = (8800)^2 - 4(8800)(-30800) = 141 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11,8743$$

Donc, $\begin{cases} n_1 = \frac{-1 - 11,87}{2} = -6,43 \text{ (Impossible)} \\ n_2 = \frac{-1 + 11,87}{2} = 5,435 \end{cases}$

$$\Rightarrow n = 5,435 \approx 6 \Rightarrow \boxed{n = 6}$$

D'où, ce groupe compte 6 membres. 0,25pt

Conclusion: Le nombre de places réservés aux membres du groupe GES est suffisant. 0,25pt

Tâche 3: Vérifions si la somme prévue pour les 6 frères de FRED suffira

* Déterminons le nombre d'équipes possibles pour se filmer
on a: $N = C_6^3 = 20$ équipes possibles. 1pt

* Déterminons le prix des photos pour l'équipe possible:

on a: $P = 20 \times 425 = 8500F$. 1pt

Conclusion: Comme $8500F > 8000F$, alors cette somme réservée ne suffira pas pour payer toutes les photos prévues. 0,25pt

PAR WILFRIED MANGADOU
ELEVE DU COLLEGE PROGRESSIF
NGOUNOU.