

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

EXERCICE 1: 5 points

1. Soit la fonction k définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $k(x) = \frac{2x^2 - x - 3}{x-1}$.
 - a) Montrer que pour tout $x \neq 1$, $k(x) = 2x + 1 - \frac{2}{x-1}$. 0,5pt
 - b) En déduire la primitive K de k sur $]1; +\infty[$ qui prend la valeur 2 en 2. 1pt
- On considère le polynôme P de la variable réelle x défini par $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.
2. a) Montrer que $\frac{1}{2}$ est une racine de P . 0,5pt
 - b) En déduire que P peut se mettre sous la forme $P(x) = (2x - 1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des nombres réels à déterminer. 1,5pt
 3. a) Montrer que $2(x - 3)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 2) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$. 0,5pt
 - b) En déduire la résolution de l'équation (E): $2e^{3x} - 3e^{2x} - 11e^x + 6 = 0$. 1pt

EXERCICE 2: 5 points

Après la création de son centre de formation en haute couture des tenues de mariage, Mme KEJU décide de faire une étude sur le nombre d'apprentis reçus chaque année dans son centre, le résultat est consigné dans le tableau ci-après :

Année	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année (x)	1	2	3	4	5	6
Nombre d'apprentis (y)	5	4	9	6	7	9

1. Construire le nuage de points de cette série statistique. 1pt
2. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique. 1pt
3. Montrer que l'équation $y = \frac{4}{9}x + \frac{46}{9}$ est celle de la droite de Mayer de $(x; y)$. 1pt
4. En déduire une estimation du nombre d'apprentis dans ce centre en 2026. 0,5pt
5. On choisit au hasard et simultanément 2 des 5 apprentis de l'année 2016 pour en faire le directeur et le surveillant général de ce centre.
 - a) Déterminer le nombre de choix possibles. 0,75pt
 - b) Deux des cinq apprentis sont des hommes. Calculer la probabilité pour que les deux apprentis choisis soient de sexes différents. 0,75pt

PROBLÈME: 10 points

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$: unité graphique égale à 1cm.

1. Calculer les limites à gauche et à droite en 1, en $+\infty$ et en $-\infty$. 1pt
2. Montrer que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. 0,75pt
3. Étudier le signe de f' sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, puis en déduire le sens des variations de f . 1pt

4. Dresser le tableau des variations de f . 0,75pt
5. a) Déterminer les nombres réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ pour tout $x \neq 1$. 1pt
- b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C). 0,5pt
- c) Étudier la position relative de la courbe (C) et la droite (D). 0,75pt
6. Justifier que le point $E(1 ; 2)$ est centre de symétrie de la courbe (C). 0,75pt
7. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0. 1,5pt
8. Construire dans le même repère la courbe (C) et les droites (D) et (T). 0,5pt
9. a) Montrer que pour tout $x \neq 3, f(x-2) + 1 = \frac{x^2-3x+1}{x-3}$.
- b) Donner une méthode de construction de la courbe (C') de la fonction g , définie pour $x \neq 3$ par $g(x) = \frac{x^2-3x+1}{x-3}$ à partir de celle de f . 1pt

Sujetexa.com