

| | | | | | |
|-----------------------------|----------|---------------|--|-------|-------------|
| COLLEGE PRIVE MONGO BETI | | | B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé | | |
| ANNÉE SCOLAIRE | SÉQUENCE | EPREUVE | CLASSE | DUREE | COEFFICIENT |
| 2021-2022 | N°06 | MATHEMATIQUES | Tle D | 4 h | 05 |
| Nom du professeur : M MAKON | | | Jour : | | |

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 POINTS

Exercice 1 : 4 points

1. Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (5 + 7i)z^2 - (4 - 25i)z - 12i + 30$ où z est un nombre complexe.

- a) Vérifier que 3 est une solution de (E). 0,25pt
- b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$. 0,5pt
- c) En déduire dans \mathbb{C} la solution l'équation : $P(z) = 0$. 0,75pt

2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$, $B\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$, $C\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$ et S la similitude directe de centre A qui transforme B en C.

- a) Déterminer le rapport et l'angle de S. 0,5pt
 - b) En déduire l'écriture complexe de S. 0,5pt
 - c) Soit D l'image de C par S, Montrer $Z_D = 7 + 6i$ 0,5pt
 - d) Quelle est la nature du triangle ACD. 0,5pt
3. Déterminer l'image par S du cercle de centre C et de rayon 3cm. 0,5pt

Exercice 2 : 4 points

Une ville est constituée de 40% de femmes et 60% d'hommes. 45% d'hommes de cette ville fument ainsi que 20% des femmes. On choisit une personne au hasard dans cette ville.

- 1a) Quelle est la probabilité de choisir un fumeur. 0,75pt
- b) Quelle est la probabilité d'avoir une femme sachant que la personne choisie fume. 0,75pt

2. On s'est intéressé à la durée hebdomadaire au travail des personnes de cette ville et l'enquête étalée sur 12 semaines a conduit aux résultats suivants :

| Semaine(x_i) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----------------------------|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Moyenne en heure (y_i) | 40,7 | 40,67 | 40,68 | 40,68 | 40,6 | 40,54 | 40,49 | 40,45 | 40,33 | 40,29 | 40,24 | 40,16 |

On admet que la covariance de la série (x, y) est $(x, y) = -0,616$, les variances respectives en x et y sont $V(x) = 11,916$ et $V(y) = 0,033$.

- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y et l'interpréter. 1pt
- b) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x et estimer la durée moyenne de travail qu'on aurait à la 20^e semaine. 1,5pt

Exercice 3 : 3 points

Soit l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = xe^x$

- 1. Déterminer les réels a et b pour que la f définie par $f(x) = (ax + b)e^x$ soit une solution de (E). 1pt
- 2. Montrer qu'une fonction h au moins une fois dérivable est solution de (E) si et seulement si la fonction $h - f$ est solution de l'équation différentielle $(E_0) : y' - 2y = 0$. 0,5pt
- 3.a) Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E_0) 0,5pt
- b) En déduire l'ensemble solution de l'équation différentielle (E) 0,5pt
- c) Déterminer la solution de (E) qui s'annule en 0. 0,5pt

Exercice 4 : 4 points

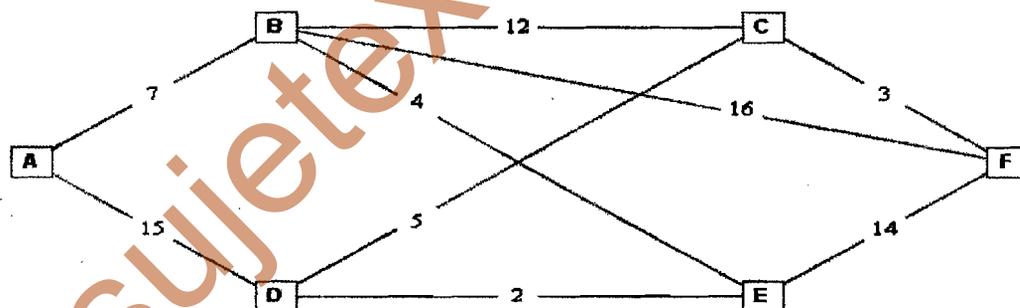
Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = x + \frac{4}{1+e^x}$. On note (Ch) la courbe représentative de h dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm

1. Montrer que pour tout réel x , $h(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{1+e^x}$ 0,25pt
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x) - (x + 4)]$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [h(x) - x]$ et en déduire les asymptotes à la courbe (Ch) 0,5pt
3. Préciser les positions relatives de (Ch) par rapport à chaque asymptote 0,5pt
4. Montrer que le point $A(0 ; 2)$ est un centre de symétrie de (Ch) 0,5pt
5. Etudier les variations de h et dresser son tableau de variation. 1pts
6. a) Montrer que h est une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} et en déduire le tableau de variation de sa bijection réciproque h^{-1} 0,5pt
- b) Construire les courbes (Ch) et (Ch^{-1}) dans le même repère 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 5 points

Situation :

BABA est un opérateur économique, il a un chantier sur un site qu'il estime environ à $240,23m^2$ situé en un point F qui est desservi par plusieurs voies d'accès que peut emprunter un engin en moteur. Il achète le sable dans une carrière situé en un point A et le verse dans son chantier. Dans le souci de vite livrer le sable, le conducteur de l'engin recherche la voie d'accès la plus courte. Le circuit routier de l'engin livrant ce sable est représenté ci-dessous les distances étant exprimées en mètre. Le site abritant son chantier est un domaine délimité par les courbes d'équations $f(x) = x - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$, $y = x$ et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$ dans un repère où l'unité sur l'axe des abscisses est 10m et 100m sur l'axe des ordonnées. Pour s'approvisionner en eau au chantier, BABA dispose une somme de 82800fcfa pour creuser un forage. Le coût du forage est fixé 200fcfa le 1^{er} mètre ; 240fcfa le 2^{ème} mètre et ainsi de suite en augmentant de 40fcfa par mètre creusé.



Tâches :

1. Proposer au conducteur de l'engin le plus court chemin à emprunter. 1,5pt
2. Déterminer la profondeur maximale du forage de BABA. 1,5pt
3. BABA a-t-il raison sur l'estimation faite sur la superficie de son site ? 1,5pt

Présentation :

0,5pt