

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Compétences évaluées : Résoudre des situations de vie où interviennent les équations et inéquations trigonométriques, équations et inéquations dans $\mathbb{R}$, les barycentres et lignes de niveau.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 12,5points

EXERCICE 1:/ 2 points

Le plan est muni du repère orthonormé $(O ; I ; J)$. A, B et C trois points du plan tels que $A(5; 3)$, $B(-1; 3)$, $C(0; 1)$. Soient G_α le barycentre du système $\{(A, \alpha), (B, 2), (C, 4)\}$, où α est un réel et I le milieu du segment $[AB]$.

- 1) Déterminer la valeur de α pour que G_α soit le milieu du segment $[IC]$. **0,25pt**
- 2) On pose $\vec{U} = \alpha\vec{MA} + 2\vec{MB} + 4\vec{MC}$ avec $\alpha = 2$
 - a) Montrer que $\vec{U} = 8\vec{MG}_2$ et en déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (E) des points M du plan tel que $\|\vec{U}\| = 24$. **0,75pt**
 - b) Soit (K) l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tel que $\vec{U} \cdot \vec{MC} = 0$.
 - i) Montrer que G_2 a pour coordonnées $(1, 2)$. **0,5pt**
 - ii) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (K) . **0,5pt**

EXERCICE 2:/ 2,5points

Soit P le polynôme défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des réels. On donne $P(1) = 5$, $P(-2) = 2$, $P(3) = 37$.

- 1) Montrer que a, b, c vérifient le système (S) suivant :
$$\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 37 \end{cases}$$
 0,75pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) . **1pt**
- 3) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$. **0,75pt**

EXERCICE 3:/ 3,5points

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O ; J le milieu de $[AB]$, L celui de $[OJ]$ et M le point défini par : $\vec{EM} = \frac{3}{4}\vec{ED}$.

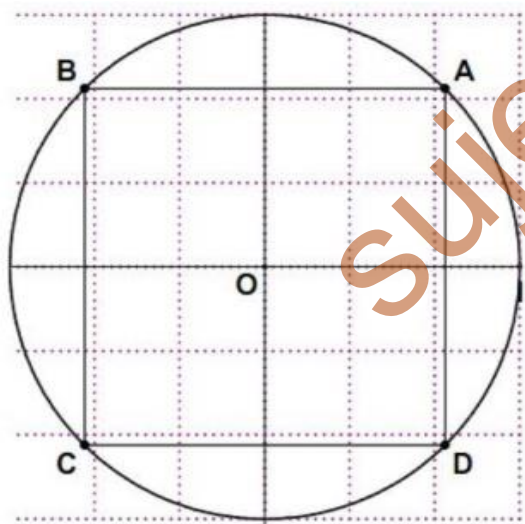
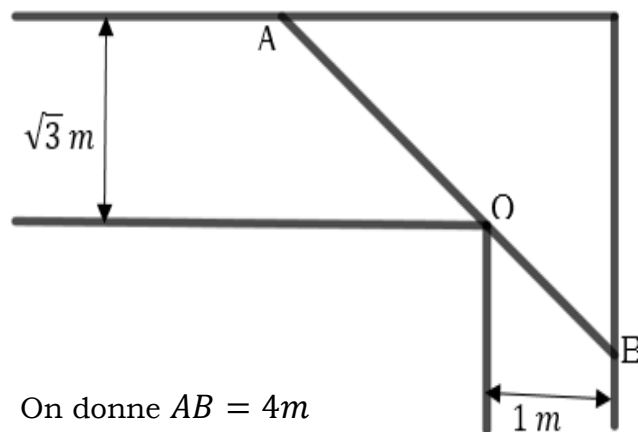
- 1) Montrer que le point L est isobarycentre du quadrilatère $ABCF$. **1pt**
- 2) Montrer que M est le barycentre du système $\{(D, 3); (E, 1)\}$. **0,5pt**
- 3) En déduire que les points E, D et M sont alignés, puis exprimer le vecteur $\vec{ED}$ en fonction du vecteur $\vec{DM}$. **0,5pt**
- 4) Soit H le centre de gravité du triangle ABC , I le milieu de $[EF]$; K le milieu de $[HD]$ et Q le barycentre de $\{(D, 3); (I, 2)\}$. Montrer que les droites (QH) , (IK) et (OD) sont concourantes en un point G que l'on précisera. **1,5pt**

EXERCICE 4:/ 4,5points

- 1) (a) Calculer $(4 + \sqrt{3})^2$ **0,25pt**
 (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $2x^2 + (\sqrt{3} - 4)x - 2\sqrt{3} = 0$ **0,5pt**
 (c) Résoudre alors dans $]-\pi; \pi]$, l'équation $2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 4)\sin x - 2\sqrt{3} = 0$ **0,75pt**
- 2) (a) Résoudre dans l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, l'équation $\cos 4x = \sin x$ **1pt**
 (b) Placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**
- 3) (a) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$, l'inéquation $\sin 2x \geq \frac{1}{2}$. **1pt**
 (b) Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES RESSOURCES / 7,5points

Monsieur BOUBA est propriétaire d'un champ ayant la forme d'un carré ABCD (**voir figure 1**) dont les sommets A, B, C et D sont les points images sur le cercle trigonométrique (**unité sur les axes 1cm correspond à 100m**) des solutions de l'équation $2\cos^2 x - 1 = 0$. Dans ce champ, il y cultive les ananas. Il évalue le mètre carré lors de la culture de ce champ à 2500 FCFA. Le couloir de la maison de Monsieur BOUBA a une largeur de $\sqrt{3}$ mètres, tourné à l'angle droit et sa largeur n'est plus alors que de 1 mètre (**voir figure 2**). Son fils, ALI est un entrepreneur, il vient de gagner un marché de construction d'un forage d'eau qui ravitaillera deux villages A et B distants de 50 mètres. A cet effet, il fait appel à un ingénieur hydraulicien qui lui demande de construire le forage en des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 2050$.

**figure 1**On donne $AB = 4m$ **figure 2**

Tâche 1 : Déterminer et construire l'ensemble des positions possibles où ALI pourra construire le forage. (**On prendra 1cm pour 10 mètres**). **2,25pts**

Tâche 2 : Estimer la dépense pour la culture des ananas. **2,25pts**

Tâche 3 : Déterminer la mesure de l'angle que fait le couloir avec la droite (OA) pour que le point O soit situé à égale distance des points A et B. **2,25pts**

Présentation : **0,75pt**

Examineurs: Mrs HAMADOU GAGA & BANWA EDOIRE

Bon travail !!!