Ministères des enseignements secondaires

Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Probatoire C&E BLANC N°2

Epreuve : Mathématiques

Session : 2022

Durée : 3h, Coefficient : 6

LYCEE BILINGUE DE DSCHANG

Partie A : EVALUTION DES RESSOURCES : 15,5 points

Exercice 1 : Dénombrements + Barycentres + Trigonométrie / 02,75pts

Une urne contient 6 boules portant le nombre 1, 4 boules portant le nombre $\sqrt{3}$, 5 boules portant le nombre -1 et 5 boules portant le nombre $-\sqrt{3}$ indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On désigne par a le numéro de la première boule tirée et par b le numéro de deuxième boule. On considère deux point fixes et distincts A et B d'un plan (P) et l'équation $(E): acosx + bsinx = 0$.

1. Déterminer le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que $-\frac{\pi}{4}$ soit solution de (E). **1pt**
2. Déterminer le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$ soit constant pour tout point M du plan (P). **0,75pt**
3. Déterminer le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que $\frac{\pi}{3}$ soit solution de (E). **1pt**

Exercice 2 : Isométries du plan + Espaces vectoriels + Applications linéaires / 4pts

Soit OBC un triangle rectangle en O et isocèle de sens direct. On note H le pied de la hauteur du triangle issue de O. Soit S_1 la symétrie orthogonale d'axe (OH), S_2 celle de l'axe (OB) et S_3 la symétrie orthogonale d'axe (OC). On note r_1 le quart de tour direct centre O, r_2 la symétrie centrale de centre et $r_3 = r_{(C,\frac{\pi}{2})}$. (Γ) est le cercle circonscrit au triangle OBC.

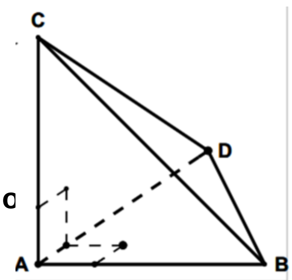
1. Donner les éléments caractéristiques de chacune des transformations planes : $S_1 \; o \; S_2$ et $r_1 \; o \; r_2 \; o \; r_3$.**1pt**
2. Déterminer la droite (Δ) tel que : $r_3 = S_{(\Delta)} o \; S_3$. **0,5pt**
3. Déterminer (Γ') image de (Γ) par r_3. **0,5pt**
4. On pose : $\vec{\imath} = \frac{\overrightarrow{OB}}{\|\overrightarrow{OB}\|}$ et $\vec{\jmath} = \frac{\overrightarrow{OC}}{\|\overrightarrow{OC}\|}$.
   (a) Etablir que $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ forme une base orthonormée directe de l'ensemble E des vecteurs du plan. **0,5pt**
   (b) φ est l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ associe $(\varphi(\vec{u}) = (6x - 18y)\vec{\imath} + (-12x + 4y)\vec{\jmath}$.
   - **(i)** Donner une matrice M_φ de φ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. φ est-il un isomorphisme ? **0,5pt**
   - **(ii)** Montrer que l'ensemble $F = \{\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} \in E / x + 3y = 0\}$ est une droite vectorielle engendrée par $\overrightarrow{e_1} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath}$. **0,5pt**
   - **(iii)** Soit une base $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ de E avec $\overrightarrow{e_2} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$. Déterminer la matrice M' de φ dans la base $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. **0,5pt**

Exercice 3 : Orthogonalité dans le plan + géométrique analytique de l'espace /02,5pts

Le tétraèdre ABCD ci-contre est tel que les triangles ABC, ABD et ADC sont rectangles isocèles en A.

1. Démontrer (de deux façons bien différentes) que les droites (AC) et (BD) sont orthogonales. **0,5pt**
2. Dans la suite l'espace est muni du repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})$.

(a) Donner les coordonnées des sommets du tétraèdre ABCD dans ce repère. **0,5pt**
(b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan BCD est : $x + y + z - 1 = 0$. **0,5pt**
(c) Calculer la distance du point A au plan BCD. **0,5pt**



(d) Ecrire alors une équation de la sphère (S) de centre A tangente au plan BCD. **0,5pt**

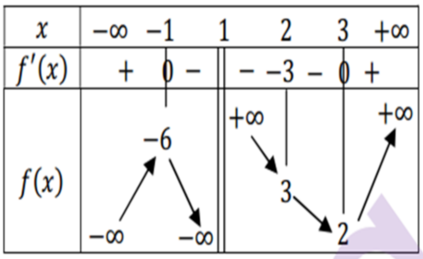
Exercice 4 : Fonctions + géométrique analytique du plan + Statistiques /05,25pts

I- Soit f une fonction dont le tableau de variations est donné ci-contre **:**

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f ainsi que ses limites aux bornes. **0,5pt**

2. Ecrire une équation de la tangente de f au point d'abscisse 2. **0,25pt**

3. Résoudre les inéquations $f'(x) > 0$ et $f(x) < 0$. **0,5**



4. On suppose f sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$.

(a) Déterminer a, b, c et d. **0,5pt**

(b) Montrer que le point $K(1\,; -2)$ est centre de symétrique. **0,25pt**

(c) Construire dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe (C_f) de la fonction f.

II- On considère le cercle (Γ) d'équation : $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 35 = 0$

1. Trouver le centre et le rayon du cercle (Γ). **0,25pt**
2. Déterminer l'équation de la droite tangente à (Γ) au point $P(0; 7)$. **0,5pt**
3. Déterminer l'équation des droites tangentes à (Γ) et parallèles à la droite d'équation $d: y + 3x - 4 = 0$. **0,5pt**

III- Ce tableau donne la répartition des candidats à un concours selon leur note en mathématiques :

Notes	[0 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[
Effectifs	120	100	140	200	180	160	100

1. Déterminer la classe modale. **0,25pt**
2. Calculer le mode et la moyenne. **0,5pt**
3. Calculer l'écart-type et la variance. **1pt**
4. Calculer la médiane. **0,5pt**

Partie B : EVALUTION DES COMPETENCES : 04,5 points

Mme FADILA travaille dans un chantier dont l'objectif est de porter des planches qu'elle doit passer dans un couloir de largeur $\sqrt{3}m$ qui tourne à un angle droit dont la largeur n'est plus que de 1m après le virage. Une planche [AB] est positionnée dans le couloir comme l'indique la figure 1 ; elle fait avec l'un des murs un angle $\boldsymbol{\alpha}$**.** Son fils élève en première C, cherche à exprimer la distance AB en fonction de $\boldsymbol{\alpha}$ et affirme que : $AB = \frac{4\cos\left(\boldsymbol{\alpha} - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin 2\boldsymbol{\alpha}}$. Pendant son temps de repos au chantier, **Mme FADILA** fait une expérience : Elle laisse tombée une balle à une hauteur $h_0 = 100$ (l'unité est le centimètre). La balle rebondit plusieurs fois et perd de l'énergie à chaque rebond. La hauteur atteinte à chaque rebond est égale aux $\frac{8}{10}$ de la hauteur du précédent rebond. On estime la balle immobile dès que la hauteur du rebond est inférieure à 1cm. A la fin de son chantier, **Mme FADILA** propose aux ouvriers d'organiser un tournoi d'échecs opposant 6 personnes. Chaque joueur doit affronter tous les autres et chaque joueur ne joue qu'un match par jour. Elle aimerait construire un graphe afin de déterminer le nombre de jours qu'il faudra pour terminer le tournoi.

Tâches :

1. L'affirmation du fils de **Mme FADILA** est-elle correcte ? **1,5pt**

2. Quelle sera la distance parcourue par la balle juste avant son immobilisation ? **1,5pt**

3. Aide **Mme FADILA** à connaître le nombre jours qu'il faudra pour terminer le tournoi. **1,5pt**