

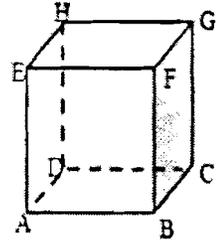
**Epreuve de Mathématiques**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie du candidat

**Partie A Evaluation des ressources 15,5 points**

**Exercice1 3,5 points**

ABCDEFGH est un cube de centre O telque  $AB = 1$



1- Justifier que les droites (GH) et (HC) sont orthogonales. **0,5pt**

L'espace est rapporté au repère orthonormé  $(A, \vec{AD}, \vec{AB}, \vec{AE})$ .

2- A) Déterminer les coordonnées des points G, F, H et C dans ce repère.

**1pt**

B) Calculer  $\vec{GF} \cdot \vec{HC}$ . En déduire que les droites (GH) et (HC) sont orthogonales. **0,5 pt**

3- Déterminer une équation cartésienne de la sphère inscrite dans le cube (elle est tangente à toutes les faces du cube) **0,75pt**

4- Déterminer la nature, puis le volume du solide AHDCBG **0.75pt**

**Exercice 2 0,75pt x5 =3,75pts**

Chacune des questions qui vous sont proposées est accompagnée de quatre réponses parmi lesquelles une seule est juste; écrivez-la sur votre feuille sans autre justification.

1) Soit la fonction telle que  $f(x) = \tan 2x$ ; l'ensemble de définition de f est :

- a)  $\mathbb{R}$  b)  $\mathbb{R} \setminus \{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$  c)  $\mathbb{R} \setminus \{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \}$  d)  $\mathbb{R} \setminus \{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

2) Quatre garçons et deux filles veulent consulter un groupe de travail composé de deux garçons et une fille choisis au hasard ; le nombre de groupe possible est :

- a) 3 b) 24; c) 48; d) 12.

3) E est un plan vectoriel muni d'une base  $(\vec{i}, \vec{j})$  f et g sont deux applications linéaires de E dans E définies par  $f(\vec{i}) = 2\vec{i} - \vec{j}$ ,  $f(\vec{j}) = \vec{i} + \vec{j}$ ;  $g(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j}$  et  $g(\vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$ . La matrice de f o g dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  est :

- a)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ; b)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ; c)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ ; d)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

4) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , le plan (P) a pour équation cartésienne  $x + 2y + z - 5 = 0$ . Le plan parallèle à (P) et passant par  $A(1,1,2)$  a pour équation cartésienne :

- a)  $x + 2y + z - 5 = 0$ ; b)  $x + 2y + z - 2 = 0$ ; c)  $x + 2y + z + 5 = 0$ ; d)  $x + 2y + z - 1 = 0$ .

5) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan, (C) est le cercle de centre O et de rayon 2 et A le point de coordonnées  $(1, \sqrt{3})$ . La tangente à (C) au point A a pour équation cartésienne :

- a)  $x + \sqrt{3}y + 4 = 0$ ; b)  $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ ; c)  $-x + \sqrt{3}y + 4 = 0$ ; d)  $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ .

**Exercice3 2,5 points**

Le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $\omega(\frac{3}{3})$  un point du plan;  $(\Delta): y = x$  et  $(D): y = 3$

1) Déterminer l'expression analytique de H homothétie de centre  $\omega$  et de rapport  $K = -2$ . **0,25pt**

2) Déterminer les expressions analytiques de  $S_{\Delta}$  et  $S_D$ . **0,5pt**

3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application  $S_D \circ S_{\Delta}$ . **0,75pt**

4) Déterminer l'expression analytique de  $H \circ S_D \circ S_{\Delta}$ , puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'application  $H \circ S_D \circ S_{\Delta}$  **1pt**

#### Exercice 4 5,75 points

$f$  est la fonction numérique d'une variable réelle  $x$  définie par  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

- 1) a) Calculer les limites de  $f$  à gauche de  $-2$ ; à droite de  $-2$  et en  $+\infty$  **0,75pt**
- b) Etudier les variations de  $f$  sur  $] - 2, +\infty[$  et dresser son tableau de variation. **0,75pt**
- 2- a) Déterminer les coordonnées des points de rencontre de la courbe  $Cf$  et la droite d'équation  $y = x$ . **0,75pt**
- b) Représenter graphiquement la partie de la courbe de  $f$  correspondant aux abscisses supérieures à  $-2$  dans un repère orthonormé du plan. Unité sur les axes  $2\text{cm}$  **0,5pt**
- 3- Soit  $g$  la fonction numérique d'une variable réelle  $x$  définie sur  $] - 2, +\infty[$  par;  $g(x) = 2 - |f(x)|$ 
  - a) Donner un programme de construction de la courbe  $cg$  de  $g$  à partir de celle de  $f$ . **0,5pt**
  - b) Tracer  $cg$ . **0,5pt**
- 4  $(U_n)$  est la suite définie par  $U_0 = 0$  et  $U_{n+1} = \frac{U_n+1}{U_n+2}$  pour tout entier naturel  $n$ .
  - a) Calculer  $U_1, U_2$  et  $U_3$  **0,75pt**
  - b) Construire sur l'axe des abscisses du repère les cinq premiers termes de la suite  $(U_n)$  **0,75pt**
  - c) En déduire une conjecture sur le sens de variation et la convergence de la suite  $(U_n)$ . **0,5pt**

#### Partie B Evaluation des compétences 4,5points

Une entreprise de fabrication de jouets en forme de cube d'arrêt  $2\text{cm}$  dans lesquels on introduit une sphère de rayon de rayon  $\frac{4}{5}$  et un liquide occupant les deux tiers du volume restant. Dans ce cube une partie de la sphère est immergée et l'autre submergée dans ce liquide, de façon à ce que la distance qui sépare le centre de la sphère et la surface plane du liquide soit égale à  $\frac{1}{5}$ . Cette entreprise fabrique chaque jour  $x$  jouets. Le cout total de production de ces jouets est donné par :  $c(x) = x^2 - 20x + 200$ . Chaque jouet fabriqué est vendu au prix unitaire de  $125\text{francs CFA}$ . Elle a étudié les chiffres de sa production pendant  $10$  années consécutives numérotées de  $1$  à  $10$ .  $p_i$  désigne la production en milliers d'unités de l'année  $i$ . les rapports  $\frac{p_{i+1}-p_i}{p_i}$  sont constant et égaux à  $0,1$ .  $1 \leq i \leq 10$ . La production  $p_1$  étant de  $20$  milliers d'unités.

- 1) Quelle quantité de jouets doit être produite et vendue par jour pour permettre à l'entreprise de réaliser un bénéfice journalier maximal ? **1,5pt**
- 2) Calculer le volume du liquide contenu dans ces jouets et la nature et les éléments caractéristiques de l'intersection de la sphère et de la surface plane du liquide contenu dans le jouet. **1,5pt**
- 3) Calculer la production totale de l'entreprise au cours des dix premières années. **1,5pt**

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un bon Mathématicien.

Examineur SIMO Michel