MINESEC
LYCEE BILINGUE DE YAOUNDE
DEPARTEMENT DES MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE 2020-2021
BACCALAUREAT BLANC
CLASSE DE Tle C . DUREE 4h ; Coef 7

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice1 3 points

I- Pour quelles valeurs de l'entier n le nombre $5^{6n}+5^{n}+2$ est il divisible par 7 0.75pt

Etablir en utilisant les congruences que $\forall n \in N$, $3^{2n+1}+2^{n+2}$ est multiple de 7 0.75pt

II- On considère deux vecteurs unitaires orthogonaux $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de l'espace orienté E_3 et l'application f de E_3 dans E_3 définie par $\forall\ \vec{w} \in E_3$, f($\vec{w}$)= $(\vec{v}\wedge\vec{w}) \wedge \vec{u}$.

1- Montrer que f est une application linéaire et déterminer ker(f) 0.75pt

2- On note $\vec{x} = \vec{u}\wedge\vec{v}$. Calculer f($\vec{u}$), f($\vec{v}$) et f($\vec{x}$), puis déduire la matrice de f dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{x})$ 1pt

Exercice 2 4.5 points

Soit (E) l'ensemble des points du plan complexe dont l'affixe z vérifie :
$10z\bar{z}+3(z^2+\bar{z}^2)=4$

1-Démontrer que (E) est une ellipse dont on précisera les éléments caractéristiques (centre, foyer, excentricité et directrice) 0.5pt

a) Déterminer l'expression analytique de la similitude directe s de centre O, de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{4}$. 0,25pt

b) Soit ρ l'endomorphisme associé à s et $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ une base du plan.

c) Montrer que $\rho(\vec{\imath})=\vec{e}_1$ et $\rho(\vec{\jmath})=\vec{e}_2$ avec $\vec{e}_1=\sqrt{2}\vec{\imath}+\sqrt{2}\vec{\jmath}$ et $\vec{e}_2=-\sqrt{2}\vec{\imath}+\sqrt{2}\vec{\jmath}$ 0,5pt

d) Montrer que $(\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ forme une base du plan. 0,25pt

2- Soit (E') l'mage de (E) par s.

a) Déterminer l'expression de (E') dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. 0,5pt

On pose $\overrightarrow{OM'}=x'\vec{\imath}+y'\vec{\jmath}$ un point de (E') dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et $\overrightarrow{OM'}=X'\vec{e}_1+Y'\vec{e}_2$ dans le repère $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$. Déterminer x' et y' en fonction de X' et Y'. 0,5pt

b) En déduire l'expression de (E') dans le repère $(O;\vec{e}_1,\vec{e}_2)$. 0.75pt

c) Donner la nature et les éléments caractéristiques de (E') . 0.5pt

d) Tracer (E) et (E') dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. 0.75pt

Exercice 3 5points

1-Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

a) Montrer que f est paire. 0,25pt

b) Etudier les variations de la fonction f sur $]0,+\infty[$. 0,5pt

c) Déterminer $\lim_{x\to+\infty}f(x)$. En déduire $\lim_{x\to-\infty}f(x)$. 0.5pt

2-On pose pour tout réel x $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ 0,5pt

a) Justifier que F est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. 0,25pt

b) Montrer que F est impaire. 0,25pt

c) Montrer que pour tout réel x : $\int_0^x \frac{1}{1+t}\,dt \le \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$. 0,25pt

d) En déduire que $F(x)$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$. 0,25pt

3- Soit x un réel quelconque. On pose $G(x)=\int_x^{2x} f(t)\,dt$.

a) Montrer que G est dérivable sur $\mathbb{R}$. 0,25pt

b) Etudier le sens de variations de G sur $\mathbb{R}$ En déduire, pour tout réel $G(x)\le ln2$. 0.75pt

c) Montrer que G est une fonction impaire. 0,5pt

4- Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\varphi(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

a) Justifier que, pour tout x, $x+\sqrt{1+x^2}>0$ 0.25pt

b) Montrer que φ est une primitive de f. 0,25pt

c) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} G(x)$ 0,25pt

<u>Exercice 4</u> 3points

On lance deux dés non pipés et on considère la variable aléatoire X qui, à chaque lancer associe la somme des deux nombres obtenus.

1- a) Déterminer la loi de probabilité de X 1.5pt

b) Quelle est la probabilité de l'événement (X> 2) 0.25pt

2- On appelle succès la réalisation de l'événement (X> 2) et on répète l'épreuve 6fois de suite.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux succès 0.75pt

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus deux succès 0.5pt

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES 4.5 points

Un technicien a été engagé dans une école maternelle pour construire un glissoir pour enfants. Le profil de ce glissoir est modélisé par la courbe (C_f) représentant la fonction f sur l'intervalle [1;8] et définie par $f(x) = (ax + b)e^{-x}$, a et b des naturels. La courbe est donnée ci dessous dans un repère orthonormé (O, I, J) de tel sorte que la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1 soit horizontale et que le point le plus haut de ce glissoir soit compris entre 3.5 et 4m. Sur le devis du technicien, on lit : forfait de 25000frs additionné de 1000frs par mètre carré peint.les contraintes de sécurité imposent de limiter la pente maximale du glissoir. On considère un point M de (C_f) d'abscisse t (t$\neq$ 1); α l'angle formé par la tangente en M à (C_f) à l'axe des abscisses comme indiqué sur la figure. les contraintes imposent que α soit inférieure à 56^o.

1- trouver une équation différentielle de second ordre sans second membre dont la fonction f est une solution puis en déduire une primitive F de f. 1.5pt

2- Quel est le montant du devis du technicien. 1.5pt

3- Ce glissoir est-il conforme aux contraintes? 1.5pt