

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

ABC est un triangle tel que : $AB = 4\text{cm}$; $AC = 3\text{cm}$ et $BC = 5\text{cm}$. On considère les points P, Q et T tels que $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AQ} - 3\overrightarrow{QC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{BT} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$. On note I le milieu du segment $[BC]$.

1. Ecris :

(a) P comme barycentre des points A et B affectés des coefficients à préciser. 0,25pt

(b) Q comme barycentre des points A et C affectés des coefficients à préciser. 0,25pt

(c) T comme barycentre des points B et C affectés des coefficients à préciser. 0,25pt

2. Montre que les droites (AT) , (BQ) et (CP) sont concourantes. 1pt

3. On considère l'ensemble \mathcal{E} l'ensemble des points M du plan tels que $MB^2 + MC^2 = 25$.

(a) Montre que $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + \frac{25}{2}$. 0,75pt

(b) Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de \mathcal{E} . Construire \mathcal{E} . 1pt

EXERCICE 2 : (4 points)

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. On définit une suite (U_n) par :
$$\begin{cases} U_0 = 0,5 \\ U_{n+1} = 3U_n \cos 2x + \sin^2 x \end{cases} (n \in \mathbb{N})$$

(a) Montre que $U_1 = \frac{3}{2} - 2\sin^2 x$. 0,5pt

(b) Résous dans $]-\pi; \pi]$ l'équation $(E) : U_1 = 0$. 1pt

(c) Place les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. 0,5pt

2. Dans la suite, on suppose que $x = \frac{\pi}{3}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $V_n = U_n - 0,3$.

(a) Montre que (V_n) est une suite géométrique ; précise son 1^{er} terme et sa raison. 1pt

(b) Exprime V_n , puis U_n en fonction de n . 0,5pt

3. On pose : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

Exprime S_n en fonction de n . 0,5pt

EXERCICE 3 : (5,5 points)

Soit f la fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. (a) Calcule les limites aux bornes de D_f . 1pt

(b) Détermine trois réels a, b et c tels que pour tout x de D_f , $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$. 0,75pt

- (d) Montre que la droite $(\Delta): y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_f) . 0,5pt
2. (a) Calcule $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$ et dresse le tableau de variations de f . 1pt
- (b) Existe-t-il des points de (C_f) où la tangente à (C_f) est parallèle à la droite (Δ) ?
Justifie ta réponse. 1pt
3. Montre que le point $\Omega(1; 2)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f) . 0,5pt
4. Trace la courbe (C_f) . 0,75pt

EXERCICE 4 : (3 points)

Cet exercice est constitué de trois questions indépendantes.

1. Résous dans \mathbb{R} l'équation suivante : $\sqrt{4-x} = x-2$. 1pt
2. Résous dans \mathbb{R}^3 le système linéaire suivant :
$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x - y - z = -4 \\ x + 4y - 5z = -6 \end{cases}$$
 1pt
3. Une urne contient 7 boules dont 3 noires. On tire successivement et avec remise 5 boules de cette urne. Quel est le nombre de tirages contenant une seule boule noire ? 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION

M. BELL est un Professeur des Lycées et a besoin d'une somme d'argent de 2.000.000 FCFA pour s'acheter un terrain d'une superficie de $400m^2$. Deux possibilités d'emprunt s'offrent à lui :

- ✓ **Possibilité 1** : Un groupe de tontine lui donne la somme pour deux ans avec un taux d'intérêt mensuel composé de 2%.
- ✓ **Possibilité 2** : Une banque lui prête cette somme pour deux ans aux conditions suivantes :
 - A la fin de du premier mois, il doit rembourser 240.000 FCFA ;
 - Puis chaque mois, il rembourse avec 10.000 FCFA de moins que le mois précédent.

Une classe de 1^{ère} C de **M. BELL** comporte n élèves ($n \geq 2$). On choisit au hasard et simultanément 2 élèves de cette classe pour la coopérative scolaire. On constate que le nombre total de choix possibles est égal à 231.

Tâches :

1. Calcule l'effectif de la classe de 1^{ère} C de **M. BELL**. 1,5pt
2. Calcule la somme totale à rembourser par **M. BELL** s'il opte pour le groupe de tontine. 1,5pt
3. Calcule la somme totale à rembourser par **M. BELL** s'il opte pour la banque. 1,5pt

Présentation : 0,5pt