



## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°3 DU 2<sup>ème</sup> TRIMESTRE

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

#### EXERCICE 1 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ; unité graphique : 1cm pour 5 unités. Soit  $f$

la fonction définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{-x+18}{2x-1}$ .

1. Etudie les variations de  $f$  et dresse son tableau de variations. 1,5pt
2. Montre que pour tout  $x \in D_f$ ,  $f(x) = \frac{17,5}{2x-1} - \frac{1}{2}$ . 0,5pt
3. Montre que le point  $S\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  est un centre de symétrie de la courbe  $(C_f)$  de  $f$ . 0,5pt
4. Trace la courbe  $(C_f)$  dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . 0,75pt
5. Soit  $(U_n)$  la suite définie par :  $U_0 = 0$  et  $U_{n+1} = f(U_n)$  ; on pose  $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 3}$  pour tout entier naturel  $n$ .
  - (a) Calcule  $V_0$  et  $V_1$ . 0,5pt
  - (b) Montre que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison. 0,75pt
  - (c) Exprime  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . 0,5pt

#### EXERCICE 2 : (3 points)

$A$  et  $B$  sont deux points distincts du plan tels que  $AB = 6$ . Soit  $I$  le milieu du segment  $[AB]$ .

On désigne par  $(\Gamma)$  l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 + MB^2 = 26$ .

1. Montre que pour tout point  $M$  du plan, on a :  $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 18$ . 0,5pt
2. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble  $(\Gamma)$ . 0,75pt
3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A(-2; 1)$ ,  $B(-2; -5)$  et  $M(x; y)$ .
  - (a) Détermine les coordonnées du point  $I$ . 0,5pt
  - (b) Montre que  $(\Gamma)$  a pour équation cartésienne  $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$ . 0,75pt
  - (c) Construis soigneusement  $(\Gamma)$  dans ce repère. 0,5pt

#### EXERCICE 3 : (3 points)

Soit l'équation  $(E) : 2\sqrt{2} \cos^2 x + (2 - \sqrt{2}) \cos x - 1 = 0$  et le polynôme  $P$  de variable  $t$  tel

que  $P(t) = 2\sqrt{2}t^2 + (2 - \sqrt{2})t - 1$ .

1. Calcule  $P\left(\frac{1}{2}\right)$  puis tire une conclusion. 0,5pt
2. Vérifie que le polynôme  $P$  admet deux racines distinctes. 0,5pt

3. En utilisant la somme ou le produit des racines, détermine l'autre racine. 0,5pt
4. Déduis-en dans l'intervalle  $[0; 2\pi[$  l'ensemble solution de l'équation  $(E)$ . 1pt
5. Place les points images des solutions de  $(E)$  sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

#### EXERCICE 4 : (4 points)

- A) 1. Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $\sqrt{4-x} = x-2$ . 1pt
2. Résous dans  $\mathbb{R}^3$  le système linéaire suivant : 
$$\begin{cases} x+2y+z=8 \\ x-y-z=-4 \\ x+4y-5z=-6 \end{cases}$$
 1pt
3. Une **PME** fait une étude sur la fabrication des enveloppes en format **A4** pour une production comprise entre 50 et 600 enveloppes par jour. Le coût de production, de  $x$  enveloppes par jour en **milliers de FCFA** est donné par  $C(x) = 0,001x^2 - 0,6x + 20$ . Chaque enveloppe produite est vendue à 50 **FCFA**. Le bénéfice réalisé par cette **PME**, exprimé en **FCFA** est modélisé par la fonction  $B$  définie sur l'intervalle  $[50; 600]$ .
- (a) Montre que  $B(x) = -x^2 + 650x - 20000$ . 1pt
- (b) Détermine le nombre d'enveloppes que doit produire cette **PME** pour réaliser un bénéfice maximal. Précise ce bénéfice maximal. 1pt

#### PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

##### SITUATION :

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 100 ouvriers d'une société industrielle de la place en fonction de leur âge :

| Âge               | $[18; 22[$ | $[22; 26[$ | $[26; 30[$ | $[30; 34[$ | $[34; 38[$ | $[38; 42[$ |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Nombre d'ouvriers | 17         | 23         | $x^2$      | 18         | 12         | $x$        |

Le chiffre d'affaires de cette société est de 100.000.000 **FCFA** au 1<sup>er</sup> janvier 2020 et augmente chaque année de 5%.

A l'occasion des fêtes de fin d'année, cette société organise une tombola. Le comité chargé de cette tombola conçoit un jeu qui consiste à tirer successivement et sans remise deux boules d'une urne contenant 7 boules dont 3 boules noires numérotées 0; 4 et 3 puis 4 boules blanches numérotées 0; 2; 7 et 3 indiscernables au toucher. On désigne par  $a$  et  $b$  les numéros respectifs du premier et du deuxième tirage et on considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{8+x^3}{x+2} + ax$  si  $x < -2$   $g(x) = x^2 + \frac{1}{2}x + 3$  si  $x > -2$  et  $g(-2) = 2a + b$ . Un joueur **gagne lorsqu'il tire deux boules** portant des réels pour lesquels la fonction numérique  $g$  est continue en  $-2$ .

##### Tâches :

1. Détermine l'âge moyen des ouvriers de cette société. 1,5pt
2. Détermine le nombre de tirages pouvant permettre à un joueur de gagner. 1,5pt
3. Détermine le chiffre d'affaires de cette société en 2028. 1,5pt

##### Présentation :

0,5pt