REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
GROUPE AGIR COMPETENT/ COPOLY
Tél : 697263845 / 682809067

Année scolaire : 2021-2022
Classe : 1ère C & E
Durée : 3h Coefficient : 6
Prof : T. N. AWONO MESSI
Samedi, 02 Avril 2022

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°3 DU 2ème TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

A) Dans le plan orienté, on considère un rectangle direct $ABCD$ tel que $AB = 2AD$. I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[DC]$. On pose $f = S_{(IC)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$.

1. Caractérise l'application $S_{(BC)} \circ S_{(IJ)}$. **0,5pt**
2. Donne la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

B) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1;1)$, $B(1;1)$ et $C(0;-2)$.

1. Calcule la distance du point A à la droite (BC). **0,75pt**
2. Ecris une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$ de centre $\Omega(-3;1)$ et de rayon 2. **0,5pt**
3. Vérifie que $A \in \mathscr{C}$ et écris une équation de la tangente (T) à $\mathscr{C}$ au point A. **0,75pt**

EXERCICE 2 : (3,5 points)

1. On considère l'équation $(E) : |\cos x| = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.
   - **(a)** Exprime $\cos 2x$ en fonction de $\cos x$ et déduis-en que $(E) \Leftrightarrow \cos 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **0,75pt**
   - **(b)** Résous dans $]-\pi;\pi]$ l'équation (E). **0,75pt**
   - **(c)** Place les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**
2. **(a)** Détermine les réels r et φ pour que pour tout réel x, on ait :
   $3\cos x - \sqrt{3}\sin x = r\cos(x+\varphi)$. **0,5pt**
   - **(b)** Déduis-en dans $[0;2\pi[$ la résolution de l'équation $3\cos x - \sqrt{3}\sin x + \sqrt{6} = 0$. **1pt**

EXERCICE 3 : (3 points)

E est un plan vectoriel réel dont une base $\mathscr{B} = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit f un endomorphisme de E dont la matrice dans la base $\mathscr{B}$ est $A = \begin{pmatrix} m-4 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & m \end{pmatrix}$ où m est un paramètre réel.

1. Détermine les valeurs de m pour que f soit un automorphisme de E. **0,5pt**
2. Dans cette question, on suppose que $m = 1$.
   - **(a)** Détermine $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que $\ker f$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{u} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$. **0,5pt**
   - **(c)** Montre que $\operatorname{Im} f$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{v} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$. **0,5pt**
   - **(d)** Montre que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de E, puis écris la matrice M de f dans cette base. **1pt**

EXERCICE 4 : (5 points)

A) **1.** Résous dans $\mathbb{R}^3$ le système : $\begin{cases} 3a+b+5c=370 \\ 3a+5b+2,5c=350 \\ 4a+4b+2,5c=380 \end{cases}$ **1pt**

2. Une usine fabrique chaque jour trois alliages à base de fer, de plomb et de cuivre. L'alliage **A** est constitué de 30% de fer, 30% de plomb et 40% de cuivre. L'alliage **B** contient 10% de fer, 50% de plomb et 40% de cuivre. L'alliage **C** est formé de 50% de fer, 25% de plomb et 25% de cuivre. L'usine dispose de $37kg$ de fer, $35kg$ de plomb et $38kg$ de cuivre.
Quelle quantité de chacun des alliages doit-elle produire pour épuiser son stock ? **1pt**

B) On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x)=\frac{x^2}{x+2}$.
On désigne par C_f sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations. **1pt**
2. Détermine les équations des asymptotes à C_f. **0,5pt**
3. Construis C_f avec le plus grand soin. **0,75pt**
4. Ecris une équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse $x_0=2$. **0,25pt**
5. Montre que le point $I(-2;-4)$ est un centre de symétrie pour la courbe C_f. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 100 ouvriers d'une société industrielle de la place en fonction de leur âge :

Âge	$[18;22[$	$[22;26[$	$[26;30[$	$[30;34[$	$[34;38[$	$[38;42[$
Nombre d'ouvriers	17	23	x^2	18	12	x

Le chiffre d'affaires de cette société est de $100.000.000$ **FCFA** au 1er janvier 2020 et augmente chaque année de 5%.

A l'occasion des fêtes de fin d'année, cette société organise une tombola. Le comité chargé de cette tombola conçoit un jeu qui consiste à tirer successivement et sans remise deux boules d'une urne contenant 7 boules dont 3 boules noires numérotées $0;4$ et 3 puis 4 boules blanches numérotées $0;2;7$ et 3 indiscernables au toucher. On désigne par a et b les numéros respectifs du premier et du deuxième tirage et on considère la fonction g définie par $g(x)=\frac{8+x^3}{x+2}+ax$ si $x<-2$ $g(x)=x^2+\frac{1}{2}x+3$ si $x>-2$ et $g(-2)=2a+b$. Un joueur **gagne lorsqu'il tire deux boules** portant des réels pour lesquels la fonction numérique g est continue en -2.

Tâches :

1. Détermine l'âge moyen des ouvriers de cette société. **1,5pt**
2. Détermine le nombre de tirages pouvant permettre à un joueur de gagner. **1,5pt**
3. Détermine le chiffre d'affaires de cette société en 2028. **1,5pt**

Présentation : 0,5pt