



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Consigne aux candidats : l'épreuve comporte quatre exercices et une compétence.
Lisibilité et clarté de la copie exigées.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

EXERCICE 1:/ 3 points

On considère l'équation (E): $\sqrt{3} \sin x - 3 \cos x = \sqrt{6}$

1° a) Montrer que $8 + 2\sqrt{12} = (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2$. [0,25pt]

b) Soit $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}; \pi \right[$ tel que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$, démontrer que $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$. [0,5pt]

2° Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E'): $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. [0,5pt]

3° a) Démontrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E'). [0,5pt]

b) en déduire les solutions de l'équation (E) dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$. [0,5pt]

c) Montrer que le réel α de la question 1° b) est solution de l'équation (E), puis déduire la valeur exacte de α . [0,75pt]

EXERCICE 2:/ 3 points

On lance deux fois de suite un dé pyramidal à cinq faces numérotées 1, 2, -1, 4 et -2. On désigne par a le numéro obtenu au premier lancé et b le numéro obtenu au deuxième lancé. On considère le triangle ABC rectangle et isocèle en B. On désigne par (E) l'équation $x^2 - bx + a = 0$. Soit $F = \{1; 2; -1; -2; 4\}$

1° Déterminer le nombre de résultat possibles. [0,75pt]

2° Déterminer trois sous-ensembles de F formant une partition de F . [0,75pt]

3° Déterminer en justifiant :

a) Le nombre de couples $(a; b)$ pour lesquels (E) admet une racine double. [0,5pt]

b) Le nombre de couples $(a; b)$ pour lesquels (E) n'a pas de racine. [0,5pt]

c) Le nombre de couples $(a; b)$ pour lesquels $\{(A, a); (B, b)\}$ admet un barycentre. [0,5pt]

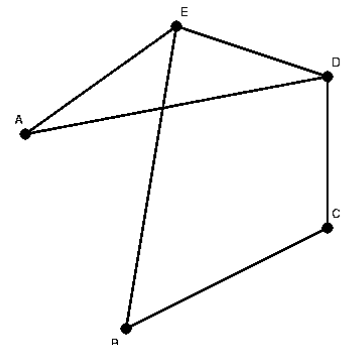
EXERCICE 3:/ 3,5 points

I/ Cinq amis dont les initiales de noms sont A, B, C, D et E participent à une excursion. Par civilité, ils se saluent les uns les autres. Les différentes poignées de mains sont modélisées par le graphe ci-dessous.

1° Définir : **Graphe, graphe complet**. [0,5pt]

2° Ce graphe est-il complet ? Justifier votre réponse. [0,5pt]

3° L'organisateur peut-il organiser un tournoi de jeu de dame où chaque ami fera exactement trois parties ? Justifier votre réponse. [0,5pt]



II/ On considère l'ensemble $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - 2y + z = 0\}$, on pose $e_1 = (2; 1; 0)$ et $e_2 = (1; 0; -1)$

- 1° Montrer que E est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 . [0,75pt]
- 2° Montrer que e_1 et e_2 appartiennent à E . [0,5pt]
- 3° Justifier que $(e_1; e_2)$ est une base de E . [0,5pt]
- 4° En déduire la dimension de E . [0,25pt]

EXERCICE 4:/ 6 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité sur les axes 1cm. Soit f la fonction définie sur $D = \mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ et (C) sa courbe représentative.

- 1° a) Calculer les limites de f aux bornes de D . En déduire l'équation d'une asymptote à (C) . [1,25pt]
- b) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C) . [0,5pt]
- 2° Montrer que le point $A(-1; -2)$ est centre de symétrie de (C) . [0,5pt]
- 3° Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. [1pt]
- 4° Tracer la courbe (C) et ses asymptotes. [1,25pt]
- 5° soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x^2}{|x|+1}$ et (C') sa courbe représentative.
- a) Déterminer l'ensemble de définition D' de g , puis étudier sa parité. [0,75pt]
- b) Tracer sur le graphique précédent, la courbe (C') . [0,75pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 points

Dans un groupe de 60 amis repartis suivant leur taille (en cm) dans le tableau ci-dessous, on a choisi trois amis parmi lesquels BOUBA pour représenter le groupe à une compétition dans un pays étranger. BOUBA place à cet effet dans une banque la somme de 300 000 Fcfa. La banque lui propose deux contrats :

- La banque verse dans son compte un intérêt annuel simple de 5%.
- La banque verse dans son compte un intérêt annuel composé de 2%.

Taille (cm)	[100; 110[[110; 120[[120; 130[[130; 140[[140; 150[[150; 160[
Effectif	6	12	10	16	14	2

Tâche 1 : les tailles de ces amis sont-elles homogènes ? [1,5pt]

Tâche 2 : Quel est le contrat profitable à BOUBA au bout de 5 ans ? [1,5pt]

Tâche 3 : Combien de groupes distincts peut-on former sachant qu'au moins un amis de taille comprise dans l'intervalle [140; 150[fera partie du groupe ? [1,5pt]

Présentation : [0,5pt]

EXAMINATEUR: M. HAMADOU GAGA

Bon travail !!!

Albert Einstein : « L'enseignement devrait être ainsi : celui qui le reçoit le recueille comme un don inestimable mais jamais comme une contrainte pénible. »