

Collège F.X.VOGT		Année scolaire 2020-2021
Département de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC	Date : /05/2021
<b>EPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b>		
Niveau : Première D et TI	Durée : 3h	coef : 4

**PARTIE A : Evaluations des ressources (15 points)**

**EXERCICE 1 : 3 points (Uniquement pour la série TI)**

On considère l'ensemble  $E_m = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - 2y + z = m\}$  avec  $m \in \mathbb{R}$

- 1) Déterminer l'ensemble de valeurs de  $m$  pour lesquelles  $E_m$  n'est pas un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ . 0,25pt
- 2) On suppose que  $m = 0$  et on pose  $e_1 = (2; 1; 0)$  et  $e_2 = (1; 0; -1)$ 
  - a- Montrer que  $E_0$  est un sous-espace vectoriel. 1pt
  - b- Montrer que  $e_1$  et  $e_2$  appartiennent à  $E_0$ . 0,5pt
  - c- Justifier que  $(e_1; e_2)$  est une base de  $E_0$ . 1pt
  - d- En déduire la dimension de  $E_0$ . 0,25pt

**EXERCICE 1 : 3 points (Uniquement pour la série D)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$  où  $a, b$  et  $c$  sont des nombres réels, de courbe représentative (C) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

- 1) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  sachant que (C) admet deux asymptotes d'équations respectives  $x = 1$  et  $y = -2$  et que la tangente à (C) au point d'abscisse  $x_0 = 0$  est parallèle à la droite d'équation  $y = -x + 7$ . 1,5pt
- 2) On suppose que  $f(x) = -2 + \frac{1}{x-1}$ 
  - a- Montrer que le point  $A(1; -2)$  est centre de symétrie à (C). 0,5pt
  - b- Etudier le sens de variation de  $f$ . 0,5pt

**EXERCICE 2 : 5points**

On a regroupé dans le tableau ci contre les notes obtenues en mathématiques par des élèves d'une classe

Notes	[1; 6[	[6; 10[	[10; 16[	[16; 20[
Effectifs	5	7	18	10

- 1) Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants. 1pt
- 2) Calculer la médiane, la moyenne  $\bar{x}$ , la variance, l'écart-moyen et l'écart-type  $\sigma$  de cette série. 2pts
- 3) Déterminer le pourcentage des élèves dont la note appartient à l'intervalle  $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$  0,75pt
- 4) Le professeur de mathématiques décide d'inscrire les noms des élèves ayant eu la sous moyenne dans 12 boules numérotées de 1 à 12 et toutes indiscernables au toucher. Puis il tire successivement et sans remise 3 boules de cette urne. les élèves dont les noms ont été tirés bénéficieront des séances de travaux dirigés pour améliorer leur niveau.
  - a- Déterminer le nombre de tirages possibles. 0,5pt
  - b- Déterminer le nombre de tirages qui contiennent au moins un élève ayant obtenue une note inférieure à 06/20. 0,75pt

**EXERCICE 3 : 3,25 points**

- 1) On considère le polynôme  $P$  définie par  $P(x) = 4x^2 + (2 - 2\sqrt{3})x - \sqrt{3}$ 
  - a- Justifier que  $P$  admet deux racines distinctes. 0,5pt
  - b- Montrer que  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  est une racine de  $P$ . 0,5pt
  - c- Calculer la somme ou le produit des racines de  $P$  et en déduire que l'autre racine

de  $P$  est  $-\frac{1}{2}$ .

0,75pt

2) Dédurre la question 1) la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation

$$(E): 4\cos^2 2x + (2 - 2\sqrt{3})\cos 2x - \sqrt{3} = 0.$$

1,5pt

#### **EXERCICE 4 :** (3,75 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On donne les points  $A(1 ; 2)$ ,  $B(3 ; 5)$ ,  $C(5 ; 1)$ ,  $D(-1 ; 4)$  et  $G = \{(A, 4), (B, -1), (C, 1)\}$ .

- 1) Calculer les coordonnées du point  $G$ . 0,5pt
- 2) On suppose que  $A, B, C, D$  et  $G$  sont les initiales de cinq villes desservies par une agence de voyage par bus. Une liaison est une route qui relie directement deux de ces villes sans passer par une troisième ville. Les seules liaisons possibles pour cette agence sont  $\{A, B\}; \{A, C\}; \{B, C\}; \{A, D\}$  et  $\{A, G\}$ .
  - a- Construire dans le repère un graphe permettant de modéliser le réseau de transport de cette agence (les sommets étant les villes). 1pt
  - b- Déterminer l'ordre et le degré de ce graphe. 0,5pt
  - c- Ce graphe est-il complet ? justifier votre réponse. 0,5pt
- 3) On considère la transformation  $g$  du plan dans le plan qui à tout point  $M$  associe le point  $M'$  tel que  $\overrightarrow{MM'} = 4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ 
  - a- Montrer que  $\overrightarrow{MM'} = 4\overrightarrow{MG}$  et en déduire que  $g$  est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport. 0,75pt
  - b- On considère la rotation  $r$  de centre  $G$  et d'angle  $\frac{\pi}{6}$ . Déterminer la nature et les éléments caractéristique de la composée de  $g$  et de  $r$ . 0,5pt

#### **PARTIE B : Évaluation des compétences (5points)**

##### **Situation:**

Monsieur GARBA voudrait acheter un terrain de  $25000 \text{ m}^2$  à Monsieur BELLA qui vend le mètre carré à 10000FCFA. Monsieur GARBA ne disposant que de 23 000 000 FCFA, il décide d'épargner cette somme à partir du 1<sup>er</sup> Avril 2021 dans une micro finance qui lui propose un taux d'intérêt mensuel composé de 2% pour pouvoir payer le terrain lorsque son épargne atteindra la somme requise pour l'achat du terrain.

En un moment donné Monsieur BELLA a augmenté de  $x\%$  le prix initial du mètre carré de son terrain initialement de 10000F. Mais pour relancer les ventes des terrains il décide de réduire le prix du mètre carré alors obtenu de  $(x - 2)\%$

Monsieur GARBA décide de cultiver sur son terrain acheté et sur trois parcelles différentes, les tomates, du macabo et des patates. Après la première année de récolte, il vend 10 cageots de tomates, 8 sacs de patates et 12 sacs de macabo pour un montant total de 185 000 FCFA. L'année suivante il produit 6 cageots de tomates, 8 sacs de patates et 10 sacs de macabo qu'il vend et empoche un total de 155 000 FCFA. La troisième année il produit 9 cageots de tomates, 4 sacs de patates et 15 sacs de macabo qu'il vend et empoche un total de 192 500 FCFA.

##### **Tâches :**

1. Déterminer le prix unitaire d'un cageot de tomates, d'un sac de macabo et d'un sac de patates sachant que le prix de vente de chaque variété ne changeait pas d'une année à l'autre. 1,5pt
2. Quelle était la valeur de  $x$  sachant que le prix final du mètre carré du terrain de Monsieur BELLA était maximal. 1,5pt
3. A partir de quelle date Monsieur OYE a-t-il pu obtenir la somme nécessaire pour acquérir son terrain ? 1,5pt

##### **Présentation :**

0,5pt