

— suites NUMERIQUES: Feuille 11

Exercice 1

FOKaa à vos marques....

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme u_k et de raison q , k un entier naturel.
 - a) Soit n un entier naturel; $n \geq k$. Exprimer u_n en fonction de n , k , q et u_k .
 - b) Exprimer $S_n = u_k + u_{k+1} + \dots + u_n$ en fonction de n , u_k et q .
 - c) On suppose que la suite (u_n) est définie par pour tout entier naturel n , $u_n = -2(3)^n$. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
- 2.a) Le 7^e terme d'une suite géométrique est 8 et le 10^e terme de la suite est 27. Quelle est la raison de cette suite?
 - b) La somme des 4 premiers termes d'une suite géométrique est 45. Quelle est le premier terme de cette suite si la raison est 3?

Exercice 2

Palou c'est toi??

Une suite géométrique (U_n) définie sur \mathbb{N} est telle que $8U_0 = 27U_3$ et $U_2 = \frac{20}{3}$

1. Soit $n \in \mathbb{N}$, rappeler l'expression de U_n en fonction de n , de la raison q et du premier terme U_0 puis déterminer q .
2. Déterminer U_0 et donner l'expression de U_n en fonction de n .
3. Exprimer $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n .

Exercice 3

Je revendique, moi Nakee/mOOELLE

1. Dans chacun des cas suivants, démontrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - a) $U_n = 2n - 1$; b) $U_n = -5n + 4$; c) $U_n = -\frac{4}{3}n$
2. Dans chacun des cas suivants, démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - a) $U_n = 5^n$; b) $U_n = (-1)^n$; c) $U_n = \frac{2^n}{3^{n+1}}$

Exercice 4

HUm Moi KOI, fALMattaAA/GodWEE

Soit (U_n) la suite définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2 \end{cases}$$

1. Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite (U_n) .
2. Faire une conjecture, sur le sens de variation et la convergence de la suite (U_n)
3. Calculer U_1 , U_2 et U_3 .
4. Soit (V_n) la suite définie par: $V_n = U_n - 4$
 - a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
5. On pose: $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$
 - a) Calculer S_n et T_n en fonction de n .

Exercice 5

Baamm ChAMMii Toléka/FadILLa

Soit (U_n) la suite définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5} \end{cases}$$

1. Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite (U_n) .
2. Faire une conjecture, sur le sens de variation et la convergence de la suite (U_n)
3. Calculer U_1 , U_2 et U_3 .
4. Soit (V_n) la suite définie par: $V_n = U_n - 1$
 - a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
5. On pose: $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$
 - a) Calculer S_n et T_n en fonction de n .

Exercice 6

Je VEUX aussii, fAIsssaMM/ NaFFiiii

Soit (U_n) la suite définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = -\frac{2}{3}U_n + 5 \end{cases}$$

1. Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite (U_n) .
2. Faire une conjecture, sur le sens de variation et la convergence de la suite (U_n)
3. Calculer U_1 , U_2 et U_3 .
4. Soit (V_n) la suite définie par: $V_n = U_n - 5$
 - a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
5. On pose: $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$
 - a) Calculer S_n et T_n en fonction de n .

Exercice 7 **kkikiiii SUIs-JE, MahalléEE**

On note $D =]-3; +\infty[$; f est la fonction de la variable réelle x définie sur D par : $f(x) = \frac{3x + 4}{x + 3}$.

- 1.a) Calculer les limites de f aux bornes de D .
- b) Etudier les variations de f sur D et dresser son tableau de variation.
- 2.a) Déterminer les coordonnées des points de rencontre de la courbe (C) de f avec la droite d'équation cartésienne $y = x$
- b) Représenter graphiquement la courbe (C) . Unite sur les axes : 2cm
- 3. (U_n) est la suite définie par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{3U_n + 4}{U_n + 3}$ pour tout entier naturel n .
- a) Calculer U_1, U_2 et U_3
- b) Construire sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite (U_n) .

Exercice 8 **Cé moN terRRE, NumEHYYYaaa**

Monsieur BOUBA désire acheter un vélo qui, au 1^{er} janvier 2014, coûtait 90 000 FCFA. Ne disposant que de 77 000 FCFA et ne voulant faire aucun emprunt, il décide de placer cette somme de 77 000 FCFA.

Un établissement financier lui propose un placement à intérêt composé annuel de 6%. On désigne par U_n le capital disponible au 1^{er} janvier de l'année $(2014 + n)$.

- 1. Calculer U_1, U_2 et U_3
- 2. Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- 3. Exprimer U_n en fonction de n .
- 4. A l'aide d'une calculatrice, déterminer à partir de quelle année Monieur BOUBA pourra acheter un vélo.

Exercice 9 **yERimma 5POSE**

Le loyer mensuel d'une maison est de 50 000 F. Ce loyer augmente de 5% chaque année. On désigne par U_n le montant du loyer après n années.

- 1. Calculer U_1, U_2 et U_3 .
- 2. Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- 3. Exprimer U_n en fonction de n .
- 4. Quel sera le montant du loyer dans 8 ans ?
- 5. Au bout de combien d'années le loyer aura-t-il doublé ?
- 6. Calculer le montant total payé pendant les dix premières années.

Exercice 10 **EnnoH FILLe oN TE RESpecte**

I/ Soit (U_n) les suites $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ respectivement définies par :
$$\begin{cases} U_0 = 1\,000\,000 \\ U_{n+1} = 1,08U_n - 40\,000 \end{cases}$$
 et $V_n = U_n - 500\,000$

- 1. Calculer U_1, U_2 et U_3 .
- 2.a) Déterminer le nombre réel a tel que pour tout naturel n , on ait $V_{n+1} = aV_n$.
- b) En déduire que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme V_0 et la raison q .
- c) Calculer V_n en fonction de n puis en déduire l'expression de U_n en fonction de n .
- II/ Le 1^{er} décembre 1995, Monsieur X avait placé 1 000 000 F dans une banque à un taux de 8% par an, à intérêts composés. Parallèlement, Monsieur X retire une somme de 40 000 le 1^{er} décembre de chaque année pour préparer ses fêtes. Quelle somme aura Monsieur X dans sa banque le 1^{er} décembre 2001 ?

Exercice 11 **Terrelll BOUmmmm**

Sur une fiche de classification des arbres d'un jardin botanique, on a pu obtenir des informations sur la croissance de deux arbres. En l'an 2003 la taille en mètres d'un arbre X est notée U_0 et celle d'un arbre Y est notée V_0 .

On suppose que $U_0 = V_0 = 4$. Chaque année, la taille de l'arbre X augmente de 3 m tandis que celle de l'arbre Y augmente de 30%. On note U_n la taille de l'arbre X pour l'année $(2003 + n)$ et V_n celle de l'arbre Y pour la même année.

- 1. Calculer U_1, U_2, V_1 et V_2 .
- 2. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n , puis V_{n+1} en fonction de V_n .
- 3. En déduire la nature des suites (U_n) et (V_n) .
- 4. Exprimer U_n et V_n en fonction de n .
- 5. En déduire la taille de l'arbre X et celle de l'arbre Y en l'an 2016.
- 6. Etudier la convergence des suites (U_n) et (V_n) .
- 7. Le résultat précédent est-il en accord avec la réalité ?

Exercice 12: Début statistique

Pendant les deux premiers mois de la pandémie de la COVID-19, un pays a dressé le tableau statistique ci-dessous, des médecins infectés selon leur tranche d'âge (en année) :

âge	[20;30[[30;35[[35;45[[45;55[[55;65[
effectif	16	48	60	16	12

- 1) Déterminer l'âge moyen des médecins infectés.
- 2) Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants.
- 3) Déterminer par calcul, l'âge médian des individus touchés par le virus.
- 4) Un groupe de 3 personnes a été choisi au hasard parmi les médecins de moins de 45 ans, dont 52 femmes, pour un traitement expérimental. Déterminer le nombre de groupes comportant au plus une femme.