MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DIOCESE DE MAROUA-MOKOLO
SECRETARIAT A L'EDUCATION
COORDINATION DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
EXAMEN BLANC DIOCESAIN SESSION DE MAI 2021

DELEGATION REGIONALE DE L'EXTREME-NORD
ANNEE SCOLAIRE 2020/2021
CLASSE : Terminale C
EPREUVE DE MATHEMATIQUES
COEFFICIENT : 7 ; DUREE : 4Heures

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve est subdivisée en deux grandes parties A et B. La partie A comporte trois exercices et un problème tous obligatoires. La rigueur dans la rédaction et le sérieux dans les tracées des graphes seront pris en comptes dans l'évaluation de la copie du candidat.

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 14.5pts

EXERCICE 1 3,25 pt

On considère la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}} \in$ la suite définie par $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n\,dx$

1. Calculer I_0 et I_1 **0,75pt**
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ établir la relation $2I_n + nI_{n-1} = e^2$, puis calculer I_2 **1pt**
3. Montrer que la suite de terme général I_n est décroissante **0,5pt**
4. Enduire l'encadrement $\frac{e^2}{n+3} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+2}$ **0,5pt**
5. Calculer $\lim_{n\to+\infty} I_n$ et $\lim_{n\to+\infty} n\,I_n$ **0,5pt**

EXERCICE 2 3,25 pt

Le plan est rapporté au repère orthonormé$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit (E) la conique d'équation $16x^2 + 25y^2 = 400$

1. Préciser la nature (E), son centre, ses foyers et ses sommets puis tracer la conique (E) **1,5 pt**
2. Le réel α décrit $[0, 2\pi[$, soit M le point du cercle de centre O et de rayon $r = 5$, de coordonnées $(5\cos\alpha\,,\ 5\sin\alpha)$. N est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Au point M on associe le point R de la conique (E) qui a même abscisse que M et dont l'ordonnée a même signe que celle de M, Puis au point N on associe le point S de la conique (E) qui a meme abscisse que N et dont l'ordonnée a même signe que celle de N.

a. Donner les coordonnées de N, R et S **0,75pt**

b. Vérifier que $OR^2 + OS^2 = 41$ **0,5pt**

c. Calculer l'aire du triangle ORS **0,5pt**

EXERCICE 3 2pt

Dans l'espace E rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On considère le vecteur $\vec{u}(1,1,1)$ et l'application affine f de l'espace E vers lui-même qui à tout point M, associe le point M' tel que $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} - \vec{u}\wedge\overrightarrow{OM}$

1. Définir analytiquement f puis montrer que f est une transformation affine **0,75pt**
2. Démontrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite $(\mathcal{D})$ **0,25pt**
3. Démontrer que si M n'appartient pas à $(\mathcal{D})$, alors la droite (MM') est orthogonale au plan défini par M et $(\mathcal{D})$ **0,5pt**
4. Démontrer que la distance MM' est proportionnelle à la distance du point M à la droite $(\mathcal{D})$ **0,5pt**

Problème, les graphes de cette partie se feront sur le papier millimétré en annexe

On considère la fonction f_1 définie sur $]-\infty;\ +\infty[$ par $f_1(x) = \ln(e^x + 1)$

A. Etude de la fonction f_1 3 pts

1-a) Calculer la limite de f_1 en $+\infty$ et en $-\infty$ **0,5pt**

1.b)Etudier le sens de variations de f_1 et construire son tableau de variation. **0,5pt**

2.a) Montrer que, pour tout réel x : $f_1(x) = x + \ln(e^{-x} + 1)$ **0,25pt**

2.b) Déduire de ce qui précède que la courbe (C_1) représentative de la fonction f_1, admet deux droites asymptotes dont la droite (Δ)d'équation : $y = x$ **0,5pt**

2.c) Déterminer la position relative de (C_1) par rapport à chacune d'elles. **0,5pt**

3. Construire (Δ) et la courbe (C_1) dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ unité graphique : $2cm$ **0,75pt**

B. Etude d'une intégrale 2 pt

On désire déterminer un encadrement de l'intégrale $I = \int_0^1 f_1(t)dt$.

A cet effet, on considère la fonction g definie sur $[0; 1]$ par $g(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} + \ln 2 - f_1(x)$

1. a) Etudier les variations de la fonction g' (dérivée de g) sur l'intervalle $|0\,;1|$ 0,5pt

1.b) En déduire le signe de $g'(x)$ 0,25pt

2.a) Démontrer que, pour tout réel x de $[0\,;1]$, $0 \leq g(x) \leq 5.10^{-3}$ 0,5pt

2.b) En déduire un encadrement de l'intégrale I 0,25pt

2.c) Donner pour I une valeur décimale approchée en précisant l'approximation obtenue 0,5pt

C. Etude géométrique d'une famille de courbe 2,75 pt

1. k etant un nombre réel non nul, on désigne par D_k l'ensemble des solutions dans l'intervalle $]-\infty; +\infty[$ de l'inéquation $e^x + k > 0$.

1.a) Selon la valeur de k, déterminer D_k(on distinguera les cas : $k > 0$ et $k < 0$) 0,5pt

1.b) A tout réel k, on associe la fonction notée f_k definie pour $x \in D_k$ par $f_k(x) = \ln(e^x + k)$. On designe par (C_k) sa coube representative dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Etablir le tableau de variation de f_k pour chacun des cas $k > 0$ et $k < 0$) 0,5pt

2.a) Montrer que si $k > 0$, alors pour tout réel x, $f_k(x + \ln k) = f_1(x) + \ln k$ 0,25pt

2.b) En déduire que si $k > 0$, alors la courbe (C_k) représentative de la fonction f_k se déduit de (C_1) par une transformation géométrique simple que l'on justifiera 0,25pt

2.c) Construire sans calcul la courbe (C_2) représentative de f_2 dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ 0,25pt

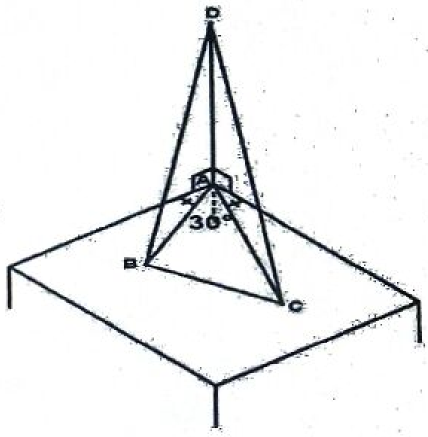
3. (Δ) étant la droite d'équation : $y = x$, on désigne par S_Δ la symétrie orthogonale d'axe (Δ). On admettra que $S_\Delta$associe à tout point M de coordonnées (x, y) le point M' de coordonnées (y, x) dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

3.a) Montrer que, pour tout réel x de D_k et pour tout réel y D_{-k} : le point M de coordonnées (x, y) est un point de (C_k) si et seulement si le point M' de coordonnées (y, x) est un point de (C_{-k}) 0,5pt

3.b) Donner une interprétation géométrique de ce résultat. 0,25 pt

3.c) Construire sans calcul la courbe (C_{-1}) représentative de f_{-1} dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 3,75 pt



Situation : Un architecte conçoit un monument à placer sur une surface rectangulaire et horizontale, surélevée par quatre piliers comme ci-contre :

AD=3 m, AB=2m, AC=2m et $Mes(\widehat{BAC}) = 30°$.

Ce monument doit être rempli de béton léger, avec des faces latérales à couvrir par des carreaux. À la veille de la réalisation de l'ouvrage, le maire voudrait qu'on prévoit au moment du coulage du monument, un trou permettant plus tard de fixer une tige en fer devant porter le drapeau de la république. Cette tige doit être verticale et s'appuyer sur le centre de la base ABC.

Tâches :

1. Quel volume approximatif de béton doit-on prévoir pour réaliser ce monument. 1,25 pt
2. Pour quelle surface approximative, doit-on prévoir des carreaux ? 1,25 pt
3. Où doit-on faire passer le trou de fixation de la tige sur la face BCD ? 1,25 pt