

GROUPE CAUCHY - SCHWARZ
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
EFFORT-TRAVAIL-SUCCES
Email : pnzouekeu@gmail.com



FICHE DE TRAVAUX DIRIGÉS N°3
DÉNOMBREMENT
PREMIÈRES SCIENTIFIQUES
CONTACT WHATSAPP : 676764402

EXAMINATEUR : Nzouekeu Mbitkeu Patrice

PARTITION D'UN ENSEMBLE, PRODUIT CARTÉSIEN

Exercice 1. ()

A et B sont deux ensembles finis tels que : $\text{Card}(A) = 7$, $\text{Card}(B) = 9$, $\text{Card}(A \cup B) = 10$. Calculer $\text{Card}(A \cap B)$.

Exercice 2. ()

On désigne par R , C et L les ensembles respectifs des rectangles, des carrés et des losanges du plan. Démontrer que R , C et L ne forment pas une partition de l'ensemble P des parallélogrammes du plan.

Exercice 3. ()

Soit $E = \{a; b; c\}$

- Combien existe-t-il de partitions de E ?
- Même question avec $F = \{a; b; c; d\}$.

Exercice 4. ()

Soit E l'ensemble des nombres entiers naturels compris entre 1 et 100. On désigne par $E_0, E_1, E_2, \dots, E_9$ les sous ensembles des éléments de E dont le chiffre des unités est respectivement 0, 1, ..., 9. Démontrer que $E_0, E_1, E_2, \dots, E_9$ forment une partition de E .

Exercice 5. ()

Soit E l'ensemble des nombres entiers naturels compris entre 2 et 100. On désigne par E_2, E_3, E_5, E_7 les sous ensembles des éléments de E multiples respectivement de 2, 3, 5, 7 et par P l'ensemble des nombres premiers de E .

- Démontrer que $P = E \setminus (E_2 \cup E_3 \cup E_5 \cup E_7)$.
- Les ensembles P, E_2, E_3, E_5, E_7 forment-ils une partition de E ?

Exercice 6. ()

A, B et C sont trois ensembles finis tels que : $\text{Card}(A) \neq 1$, $\text{Card}(A \times B) = 18$ et $\text{Card}(A \times C) = 15$. Déterminer $\text{Card}(A)$, $\text{Card}(B)$ et $\text{Card}(C)$.

Exercice 7. ()

Pour chaque élève d'un lycée, l'infirmière remplit une fiche dans laquelle, elle note le sexe, l'âge et le groupe sanguin de l'élève. Déterminer le nombre maximum de fiches distinctes sachant que tous les élèves ont un âge compris entre 11 et 18 ans et qu'il existe 8 groupes sanguins.

Exercice 8. ()

Dans un pays le service d'immatriculation attribue à chaque véhicule automobile un numéro minéralogique composé d'un nombre compris entre 1 et 9999 suivi d'un groupe d'une ou deux lettres différentes de O et I. Combien de véhicules peut-on immatriculer dans ce pays ?

Exercice 9. ()

Une marque d'automobiles propose 4 modèles A, B, C, D de véhicules tels que :

- Les modèles A et B se font en deux carrosseries, berline et coupé ;
- Les modèles C et D se font en berline, coupé, cabriolet et utilitaire ;
- Chaque voiture est vendue en 5 coloris.

1. Combien de choix s'offrent à un client désirant acheter une voiture de cette marque ?
2. Calculer le nombre de choix sachant que :
 - (a) le client désire une berline ;
 - (b) une seule couleur plaît au client ;
 - (c) le client désire un coupé ou un cabriolet.

Exercice 10. ()

Dans une entreprise, on dénombre trente secrétaires, vingt deux connaissent le français, dix-huit l'anglais, douze parlent le français et l'anglais.

1. Déterminer le nombre de secrétaires parlant au moins une langue.
2. Déterminer le nombre de secrétaires ne parlant aucune de ces deux langues.

Exercice 11. ()

En République du Cameroun, le service d'immatriculation de chaque service régional du ministère des transports attribue à chaque véhicule automobile un numéro minéralogique comportant trois chiffres (au plus) et deux lettres de l'alphabet français. (000 n'est jamais utilisé).

1. Combien de véhicules peut-on ainsi immatriculer dans une région ?
2. Combien de véhicules peut-on ainsi immatriculer au Cameroun ?

Exercice 12. ()

Un joueur dispose de deux dés cubiques dont un dé blanc et un dé rouge tous les deux sont numérotés de 1 à 6. Le résultat d'un lancer est le couple de nombres apparaissant sur la face supérieure de chaque dé.

1. Combien y a-t-il de résultats possibles ?
2. Combien y a-t-il de résultats dont la somme des deux nombres est inférieure à six ?

Exercice 13. ()

Combien l'ensemble $\{a; b; c; d; e; f\}$ comporte-il de parties ?

Exercice 14. ()

Combien y a-t-il d'entiers naturels multiples de 2 ou de 3 et inférieurs à 301 (y compris 0) ?

Exercice 15. ()

Dans le système décimal, combien y a-t-il d'entiers naturels de 3 chiffres, le chiffre des unités étant strictement inférieur à 7, celui des dizaines premier et celui des centaines impair ?

Exercice 16. ()

La carte d'un restaurant propose au client de composer son menu. Il peut choisir entre 4 entrées, 5 plats de résistance, 5 desserts et 4 types de jus naturels. Un menu comprend une entrée, un plat de résistance, un dessert et un jus naturel. Combien y a-t-il de menu différents ?

Exercice 17. ()

Monsieur TABI a 15 costumes, 12 chemises, 5 cravates, 3 ceintures, 4 paires de chaussures et 4 paires de chaussettes. Pour aller à une fête du quartier, il veut porter un costume, une chemise, une cravate, une ceinture, une paire de chaussures et une paire de chaussettes. De combien de façon différentes peut-il s'habiller ?

P-LISTES, P-UPLETS, ARRANGEMENTS, PERMUTATIONS**Exercice 18.** ()

Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$i) A_n^2 = 60 + 3n$$

$$ii) A_n^4 = 4A_n^3$$

$$iii) A_n^{n-2} = 56$$

$$iv) A_n^5 = 85A_n^4$$

Exercice 19. ()

Soit $E = \{1; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$.

- Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former avec les éléments de E ?
- Combien de nombres distincts de 4 chiffres peut-on former avec les éléments de E , chacun étant utilisé au plus une seule fois ?

Exercice 20. ()

À l'aide des chiffres de la numération décimale, on forme les numéros de téléphone de huit chiffres.

- Déterminer le nombre de numéros que l'on peut former.
- Déterminer le nombre de numéros :
 - Formés de trois 1, un 7 et quatre 2 ;
 - Formés de deux chiffres distincts et deux seulement ;
 - Comportant exactement trois 7 ;
 - Commençant par 9.

Exercice 21. ()

Combien de nombres de quatre chiffres, tous impairs peut-on écrire avec les chiffres de la numération décimale ?

Exercice 22. ()

1. Combien y a-t-il de nombres entiers naturels de cinq chiffres, dans lesquels 6 apparaît au moins deux fois ?
2. Combien y a-t-il de nombres entiers naturels de cinq chiffres au plus qui sont divisibles par 5 ?

Exercice 23. ()

Une urne contient quatre boules rouges, cinq boules blanches et trois boules bleues. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise trois boules de cette urne.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages constitués :
 - (a) des boules unicolores ;
 - (b) des boules de couleurs différentes ;
 - (c) au moins une boule bleue ;
 - (d) exactement deux boules rouges.

Exercice 24. ()

Une urne contient huit boules blanches, six boules noires et quatre boules rouges. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire successivement sans remise trois boules de cette urne.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages comportant :
 - (a) zéro boule noire ;
 - (b) exactement une boule noire ;
 - (c) exactement deux boules noires ;
 - (d) des boules unicolores ;
 - (e) des boules de couleurs différentes.

Exercice 25. ()

Dans une classe de 35 élèves dont seize filles et dix-neuf garçons, on veut élire un comité constitué d'un chef de classe, d'un sous-chef et d'un délégué.

1. Combien y a-t-il de comités possibles ?
2. Combien y a-t-il de comités constitués de deux filles exactement ?
3. Combien y a-t-il de comités constitués d'au moins une fille ?
4. Combien y a-t-il de comités constitués uniquement de garçons ?
5. Combien y a-t-il de comités tels que le garçon X et la fille Y ne fassent pas partie ensemble ?

Exercice 26. ()

Le conseil municipal d'une commune est constitué de soixante-un conseillers dont vingt-six femmes. Après les élections municipales, il se réunit pour élire le maire et ses six adjoints.

1. Combien y a-t-il de résultats possibles ?

2. Combien y a-t-il d'exécutifs communaux uniquement féminins ?
3. Combien y a-t-il d'exécutifs communaux constitués exactement de deux femmes ?
4. Combien y a-t-il d'exécutifs communaux constitués d'au moins un homme ?

Exercice 27. ()

Déterminer le nombre d'éléments d'un ensemble E dans les cas suivants :

1. Le nombre de couples de E est 56.
2. Le nombre de triplets de E est 120.

Exercice 28. ()

Le chef d'un village dispose de trois masques différents. Dix villageois seulement peuvent porter l'un ou l'autre de ces masques. Calculer le nombre de répartitions possibles.

Exercice 29. ()

Une compagnie aérienne dessert un réseau de villes. Chacune des villes du réseau est reliée à chacune des autres villes par deux vols : un aller et un retour. Sachant que le nombre de vols de cette compagnie est 7482, quel est le nombre de villes desservies par cette compagnie ?

Exercice 30. ()

1. Dans un championnat de football, chacune des 16 équipes doit rencontrer dans un match aller et dans un match retour toutes les autres équipes. Calculer le nombre total de matchs de ce championnat.
2. Pour réduire le nombre de matchs, les 16 équipes sont réparties en 4 poules de 4 équipes ; le vainqueur de chaque poule participe à une poule finale. Sachant qu'à l'intérieur de chaque poule, chaque équipe rencontre les 3 autres dans un match aller et dans un match retour, calculer alors le nombre total de matchs.

Exercice 31. ()

Calculer le nombre de façons de distribuer trois cahiers différents à trois enfants dans les cas suivants :

1. Chaque enfant reçoit un cahier ;
2. Chaque enfant peut recevoir 0 , 1 , 2 ou 3 cahiers.

Exercice 32. ()

1. De combien de façons peut-on placer six convives autour d'une table dont les sièges sont numérotés de 1 à 6 ?
2. De combien de façons peut-on placer les convives sachant qu'il y a trois hommes et trois femmes et que l'on alterne hommes et femmes ?

Exercice 33. ()

On dispose de sept plaquettes numérotées de 1 à 7. On range ces plaquettes pour former un nombre de 7 chiffres.

1. Calculer le nombre total de cas possibles ?

2. Calculer le nombre total de cas possibles sachant que :

- (a) Le nombre obtenu est impair ;
- (b) Le nombre obtenu est divisible par 4.

Exercice 34. ()

Une salle d'étude contient dix chaises.

1. De combien de façons peut-on y installer dix élèves ?
2. De combien de façons peut-on faire asseoir ces élèves sachant que les élèves X et Y ne sont pas assis côte à côte ?

Exercice 35. ()

On veut former des mots de six lettres ayant un sens ou non avec les lettres du mot CHAISE.

1. Combien a-t-on de possibilités ?
2. Combien y a-t-il de possibilités si les lettres S et H ne sont pas voisines ?
3. Combien y a-t-il de mots commençant par une voyelle ?
4. Combien y a-t-il de mots commençant par une consonne et se terminant par une voyelle ?

Exercice 36. ()

Lors d'un festival BIKUTSI, sept artistes doivent se produire, l'un après l'autre. Combien y a-t-il de façons d'organiser leur passage ?

Exercice 37. ()

Combien y a-t-il d'anagrammes du mot IMPOSSIBLE ?

Exercice 38. ()

On dispose de six plaquettes sur lesquelles sont inscrits les chiffres 1, 3, 5, 6, 7 et 9. Combien de nombres distincts peut-on former en les utilisant tous une fois et une seule ?

Exercice 39. ()

Une agence de voyage propose aux touristes de visiter six sites touristiques en passant deux jours dans chacun d'eux.

1. Combien y a-t-il d'itinéraires possibles ?
2. L'agence supprime la visite de deux sites, combien y a-t-il d'itinéraires possibles ?

Exercice 40. ()

Au cours d'un sommet de la CEMAC, on veut installer les six chefs d'États des six pays qui la constituent dans six chaises.

1. Combien y a-t-il de possibilités ?
2. Combien y a-t-il de possibilités si :
 - (a) Une chaise est réservée ?
 - (b) Deux chaises est réservée ?

- (c) Les chefs d'États du Cameroun et du Congo ne sont pas assis côte à côte ?
(d) Les chefs d'États du Tchad et du Congo sont assis côte à côte ?

COMBINAISONS

Exercice 41. ()

Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$i) C_{40}^{3n} = C_{40}^{16+n} \quad ii) C_{n-1}^{n-5} = 3C_{n-3}^{n-7} \quad iii) 2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n \quad iv) C_{2n+3}^{3n} = C_{2n+3}^{m^2-5n+7}$$

Exercice 42. ()

Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système suivant :
$$\begin{cases} C_x^y + C_x^{y+1} = 9 \\ 4C_x^y = 5C_x^{y-1} \end{cases}$$

Exercice 43. ()

Déterminer le nombre de triangles dont les sommets sont choisis parmi dix points dont trois quelconques ne sont pas alignés.

Exercice 44. ()

Déterminer le nombre de diagonales d'un polygone à n côtés.

Exercice 45. ()

Dans un plan on considère six points dont trois quelconques ne sont pas alignés.

- Combien ces points déterminent-ils de droites ?
- Quel est le nombre de nouveaux points obtenu par intersection de deux quelconques de ces droites ?

Exercice 46. ()

Dans un jeu de 32 cartes, combien y a-t-il de façons de choisir 3 cartes qui soient :

- Des AS ?
- De même valeur ?
- Toutes les trois des trèfles ?
- Toutes les trois de valeurs différentes ?

Exercice 47. ()

Seize personnes se rencontrent. Chacune d'elles serre la main à chacune des autres.

- Quel est le nombre total de poignées de mains échangées ?
- Sachant qu'au début d'un conseil de cabinet à l'immeuble étoiles, il y a eu sept-cent-quatre-vingts poignées de mains entre les membres du gouvernement, déterminer le nombre de membres du gouvernement ayant pris part à ce conseil ?

Exercice 48. ()

On tire simultanément 3 boules dans une urne qui contient 4 boules blanches et 5 boules rouges.

- Quel est le nombre de tirages que l'on peut ainsi obtenir ?

2. Parmi ces tirages combien contiennent :

- (a) 0 blanche et 3 rouges ?
- (b) 1 blanche et 2 rouges ?
- (c) 2 blanches et 1 rouge ?
- (d) 3 blanche et 0 rouges ?

3. Quel lien existe-t-il entre la réponse de 1) et les réponses de 2) ? En déduire que :

$$C_4^0 \times C_5^3 + C_4^1 \times C_5^2 + C_4^2 \times C_5^1 + C_4^3 \times C_5^0 = C_9^3$$

4. Généralisation : Soit n , m et p trois entiers naturels tels que $p \leq n$ et $p \leq m$. Écrire plus simplement :

$$C_n^0 \times C_m^p + C_n^1 \times C_m^{p-1} + C_n^2 \times C_m^{p-2} + \dots + C_n^p \times C_m^0$$

Exercice 49. ()

Formule

$$C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$$

1. Dans un jeu de 32 cartes, combien y a-t-il :

- (a) de «mains» de 8 cartes ?
- (b) de «mains» de 8 cartes contenant l'as de cœur ?
- (c) de «mains» de 8 cartes ne contenant pas l'as de cœur ? Quelle relation existe-t-il entre ces trois nombres ?

2. Soit a un élément d'un ensemble E ayant $(n+1)$ éléments ($n \in \mathbb{N}$). Combien existe-t-il de partie de E :

- (a) ayant p éléments ($p+1 \leq n$) ?
- (b) ayant $p+1$ éléments et contenant a ?
- (c) ayant $p+1$ éléments et ne contenant pas a ?

Exercice 50. ()

Une urne contient huit boules blanches, six boules rouges et quatre boules bleues. On tire simultanément trois boules de l'urne. Combien y a-t-il de manières de tirer :

1. Aucune boule rouge ?
2. Exactement une boule rouge ?
3. Exactement deux boules rouges ?
4. 3 boules rouges ?
5. 3 boules quelconques ? Que remarque-t-on ?
6. 3 boules de couleurs différentes deux à deux ?
7. Au moins une boule rouge ?

Exercice 51. ()

Quinze personnes se reçoivent. Chacune d'elles serre la main à chacune des autres. Quel est le nombre total de poignées de mains échangées ?

Exercice 52. ()

On considère six points deux à deux distincts situés sur un même cercle. Combien peut-on construire de polygones non croisés dont chacun des sommets est l'un de ces six points ?

Exercice 53. ()

Dix questions, numérotées de 1 à 10, sont proposées à un candidat.

1. Calculer le nombre de façons de choisir 3 questions parmi les 10.
2. Calculer le nombre de façons de choisir 3 questions, dont la question 1, parmi les 10.

Exercice 54. ()

Un jury est composé de six membres pris dans une liste comportant dix hommes et sept femmes. Combien peut-on former de jurys comprenant :

1. seulement des hommes ?
2. quatre hommes et deux femmes ?
3. au plus deux femmes ?

Exercice 55. ()

On choisit 5 cartes dans un jeu de 32 cartes.

1. Calculer le nombre de choix possibles ?
2. Calculer le nombre de choix possibles sachant que :
 - (a) le tirage contient 3 cœurs et 2 piques ;
 - (b) le tirage contient les quatre couleurs ;
 - (c) le tirage contient au moins un cœur ;

Exercice 56. ()

On considère un jeu de 32 cartes. On tire simultanément 8 cartes de ce jeu. Combien y a-t-il de tirages contenant :

1. exactement 3 As ?
2. au moins 3 As ?
3. exactement 3 As et deux cœurs ?

PROBLÈMES**Exercice 57.** ()

On lance deux fois de suite un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et l'on note a le résultat du premier lancer et b le résultat du second lancer. On considère alors l'équation du second degré

$$ax^2 + bx + 2 = 0$$

1. Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation admette une solution double ?
2. Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation admette deux solutions distinctes ?
3. Quel est le nombre de possibilités pour que cette équation n'admette pas de solutions ?

Exercice 58. ()

Deux boules de couleurs différentes, rouge et vert, sont réparties dans trois cases de couleurs différentes, vert, rouge, jaune.

1. On suppose que chaque case ne peut contenir plus d'une boule :
 - (a) Combien y a-t-il de répartitions possibles des deux boules dans les trois cases ?
 - (b) On suppose toutes les répartitions équitables. Combien y a-t-il de possibilités dans chacun des cas suivants :
 - i. Chaque boule est dans la case de sa couleur ?
 - ii. La case jaune est vide ?
 - iii. La boule rouge est la seule dans la case ayant sa couleur ?
2. On suppose que chaque case peut contenir plus d'une boule :
 - (a) Combien y a-t-il de répartitions possibles des deux boules dans les trois cases ?
 - (b) On suppose toutes les répartitions équitables. Combien y a-t-il de possibilités dans chacun des cas suivants :
 - i. Chaque boule est dans la case de sa couleur ?
 - ii. La case jaune est vide ?
 - iii. La boule rouge est la seule dans la case ayant sa couleur ?

Exercice 59. ()

On lance simultanément trois dés non truqués dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et l'on note les trois numéros obtenus sur les faces supérieures.

1. Quel est le nombre de résultats possible ?
2. Quel est le nombre de résultats dans chacun des cas suivants :
 - (a) La somme des numéros obtenus est égale à 8 ?
 - (b) La somme des numéros obtenus est impair ?
 - (c) La somme des numéros obtenus est pair ?
 - (d) La somme des numéros obtenus est supérieure à 15 ?
 - (e) La somme des numéros obtenus est inférieure à 9 ?

«SI L'ESPRIT D'UN HOMME S'ÉGARE FAITES-LUI ÉTUDIER LES MATHÉMATIQUES, CAR DANS LES DÉMONSTRATIONS, POUR PEU QU'IL S'ÉCARTE, IL SERA OBLIGÉ DE RECOMMENCER.»

FRANCIS BACON.