

PREPA PROBATOIRE Sujet 1		CLASSE	P	DUREE	4h
Epreuve	MATHEMATIQUES	Série	D	Coef	4

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

### EXERCICE 1 :

On pose  $a = \cos \frac{\pi}{5}$  et  $b = \sin \frac{\pi}{5}$ . En remarquant que  $\frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5}$  et  $\frac{3\pi}{5} = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}$ ,

- 1) Exprimer  $\cos \frac{2\pi}{5}$ ,  $\sin \frac{2\pi}{5}$  et  $\sin \frac{3\pi}{5}$  en fonction de  $a$  et  $b$ .
- 2) Démontrer que  $\sin \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{5}$ .
- 3) Sachant que  $a^2 + b^2 = 1$ , en déduire que  $a$  est solution de l'équation(E):  $4x^2 - 2x - 1 = 0$ .
- 4) Déterminer alors la valeur exacte de  $a$  et de  $b$ .

### EXERCICE 2 :

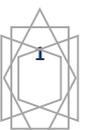
$ABC$  est un triangle tel que :  $BC = 6\text{cm}$  ;  $AC = 7\text{cm}$  et  $AB = 5\text{cm}$ . On donne les points  $E$  ;  $F$  et  $K$  tel que  $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$  ;  $F = \text{bar}\{(A; 2), (B; 3)\}$  et  $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$ . Pour tout point  $M$  du plan, on définit le point  $G$  par :  $13\overrightarrow{AG} = -9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ . On pose  $h(M) = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC}$

- 1) Réduire le vecteur  $\vec{u} = -9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$
- 2) Montrer que  $G = \text{bar}\{(A; 4), (B; 6), (C; 3)\}$
- 3) Faire la figure et placer les points  $E$  ;  $F$  ;  $K$
- 4) Montrer que les points  $E$  ;  $A$  et  $G$  sont alignés
- 5) Montrer que les droites  $(AE)$  ;  $(FC)$  et  $(BK)$  sont concourantes
- 6) Soit  $I$  milieu du segment  $[BC]$ , montrer que  $h(M) = MI^2 - \frac{BC^2}{4}$
- 7) Déterminer et construire l'ensemble  $(\Sigma)$  des point  $M$  du plan vérifiant  $h(M) = -5$

### EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  de périmètre 2 tel que  $AB = x$  et  $AC = y$

- 1) Exprimer  $y$  en fonction de  $x$
- 2) En déduire que l'aire du triangle  $ABC$  est  $A(x) = \frac{x^2 - x}{x - 2}$
- 3) Etudier les variations de  $A(x)$  et dresser son tableau de variation dans l'intervalle  $] -\infty; 2[$
- 4) En déduire la valeur de  $x$  pour laquelle  $A(x)$  est maximale et donner cette aire maximale
- 5) Démontrer que la droite  $(D): y = x + 1$  est asymptote à  $(C_A)$  puis préciser l'autre asymptote
- 6) Tracer  $(C_A)$  et ses asymptotes



### **EXERCICE 4 :**

Considérons la série des notes obtenues en mathématique par 50 élèves d'une classe de première et regroupées selon le tableau ci-dessous

Notes	[2; 5[	[5; 8[	[8; 10[	[10; 14[	[14; 18[	[18; 20[	Total
Effectifs	5	14	17	9	3	2	

- 1) Construire le polygone des ECC de cette série statistique
- 2) Déterminer graphiquement puis numériquement la médiane
- 3) Déterminer la moyenne, la variance et l'écart type de cette série
- 4) On tire simultanément 03 copies parmi les 50
  - a) Déterminer le nombre de tirages possibles
  - b) Déterminer le nombre de tirages d'avoir au moins 02 copies ayant une note supérieur ou égale à 10.

### **EXERCICE 5**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{u_n + 1} \end{cases}$$

- 1) Calculer  $u_2$  et  $u_3$
- 2) On pose  $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ 
  - a) Montrer que  $v_n$  est une suite arithmétique, préciser son premier terme et sa raison
  - b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$
- 3) On pose  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ . Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$

## **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**

M. KAMGA ; M. NANTCHOUANG et M. WOUMBA ont reçu chacun une somme de 2000000 FCFA. M. NANTCHOUANG et M. WOUMBA décide d'acheter chacun un terrain de  $500m^2$  de superficie dans une localité où le mètre carré coûte 6750 FCFA n'ayant pas le montant requis, les deux décident de mettre la totalité de leur argent en banque. M. NANTCHOUANG à un taux d'intérêt composé de 6% par an et M. WOUMBA à un taux d'intérêt simple de 7% par an. Les deux décident de retirer la totalité, intérêt compris après 9 ans.

M. KAMGA quant à lui décide de doter son épouse avec son argent. Pour ce faire les parents de la fille lui demandent des chèvres, des poulets et des porcs tout en lui précisant qu'ils voudront en tout 29 têtes, 86 pattes et 232 dents (un porc à 8 dents et une chèvre 32 dents). Un porc coûte 180000FCFA une poule 90000FCFA et une chèvre 35000FCFA

- 1) M. NANTCHOUANG pourra-t-il acheter ce terrain au bout de 9 ans ?
- 2) M. WOUMBA pourra-t-il acheter ce terrain au bout de 9 ans ?
- 3) M. KAMGA pourra-t-il doter sa femme ?

**NB : FAITES BIEN L'ECOLE ET L'ECOLE VOUS FERA DU BIEN**

**Proposé par : Serges KAMGA**

