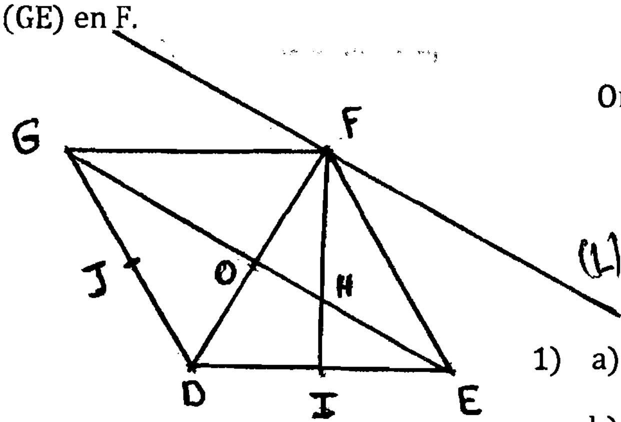
COLLEGE PRIVE MONGO BETI B.P 972 TEL22 22 46 19 YAOUNDE					
ANNEE SCOLAIRE	SEQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2021/2022	05	MATHEMATIQUES	PC	3H	6
Nom du professeur: M. KAMTO					

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : (3 points)

Sur la figure suivante, DEF et DFG sont des triangles équilatéraux directs. O, I et J sont les milieux respectifs des segments [DF] et [DE] et [GD]. H est le centre de gravité du triangle DEF et (L) est la parallèle à (GE) en F.



On pose $r_1 = R\left(D; \frac{\pi}{3}\right)$; $r_2 = R\left(E; -\frac{\pi}{3}\right)$

$r_3 = R\left(F; \frac{\pi}{3}\right)$; $r_4 = R\left(F; -\frac{2\pi}{3}\right)$

$r_5 = R\left(D; \frac{2\pi}{3}\right)$; $g = r_3 o\, r_1$

1) a) Quelle est la nature de $r_5 o\, r_4$. 0 ,25pt

b) Déterminer la droite (Δ) telle que $r_4 = S_{(\Delta)} \circ S_{(EF)}$ et $r_5 = S_{(DG)} \circ S_{(\Delta)}$. 0,5pt

c) En déduire que $r_5 \circ r_4 = t_{2\overrightarrow{FJ}}$. 0,5pt

2) a) Justifier que g est une rotation d'angle à déterminer. 0,5pt

b) Déterminer $g(D)$ et $g(E)$, puis déterminer le centre de g. 1pt

3) a) Ecrire r_2 et $t_{\overrightarrow{FD}}$. Comme composée de deux symétries orthogonales d'axes à déterminer.

b) En déduire que $r_2 \circ t_{\overrightarrow{FD}}$ est une rotation de centre et d'angle à déterminer. 0,5pt

Exercice 2 : (3 points)

Dans le plan orienté, on considère le carré ABCD de sens direct, de centre O et de côté 1 (unité : 35 mm). Soit G le barycentre des points (A, 1) ; (B, 2) ; (C, 1).

1.a. Montrer que G est le milieu du segment [OB]. 0,5pt

b. Construire le point G. 0,25pt

2. On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 6$.

a. Démontrer que pour tout point M du plan, on a : $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + \frac{3}{2}$. 0,5pt

b. En déduire la nature précise de (Γ). 0,25pt

3. Soit h l'homothétie de centre O et de rapport 2, et r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. On pose f = h o r.

a. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. 0,5pt

b. Construire A' B' C' D' et G', images respectives du carré ABCD et de G par f. 1pt

Exercice 3. 4pts

I) On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par : $U_0 = 2$, $U_{n+1} = 2U_n + n-1$ et $V_n = U_n + n$.

1.a. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer V_n en fonction de n, puis Un en fonction de n. 0,5pt

2. Un animal mesure 2 cm à sa naissance. Sa taille à la fin de la $(n+1)^{ème}$ semaine, diminuée de (n-1) centimètres est le double de celle qu'il avait à la fin de la $n^{ème}$ semaine.

Quelle est la mesure de la taille de cet animal à la fin de la dixième semaine ? 0,5pt

II)

On considère l'équation (E) : sin3x = - sin2x.

1. Résoudre l'équation (E) dans l'intervalle]- π, π], puis représenter ses solutions sur un cercle trigonométrique. 0,75pt

2.a. Démontrer que $\sin 3x = \sin x\,(4\cos^2 x - 1)$. 0,5pt

b. En déduire que l'équation (E) est équivalente à $\sin x\,(4\cos^2 x + 2\cos x - 1) = 0$. 0,5pt

c. Parmi les solutions trouvées pour (E), lesquelles sont aussi solutions de l'équation : $4\cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$?

3.a. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $4t^2 + 2t - 1 = 0$. 0,5pt

b. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{2\pi}{5}$ et $\cos\frac{4\pi}{5}$. 0,5pt

__Exercice 4__ : (5 points)

I) ε est un plan vectoriel muni d'une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$, et f un endomorphisme de ε défini tel que :

$f(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = -\frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}$.

1. a. Donner la matrice M de f dans la base B. **0,25 pt**

b. Soit le vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Donner l'expression de $f(\vec{u})$. **0,5 pt**

2. Déterminer le noyau de f, noté kerf et l'image de f, notée Imf. **0,5 pt**

3. f est – il un automorphisme de ε ? **0,25 pt**

4. Soient les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} - 2\vec{j}$.

a. Montrer que $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de ε. **0,25 pt**

b. Donner la matrice M' de f dans la base B'. **0,5 pt**

II)) La fonction f de la variable réelle x est définie sur $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2-2x-2}{x-2}$.

(C_f) désigne la courbe de f dans un repère orthonomé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

1-a) Calculer les limites de f aux bornes de D_f. **0,5 pt**

b) Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f. **0,5 pt**

2) Montrer que la droite(D) d'équation $y = x$ est asymptote à (C_f). **0,25 pt**

3) Tracer (C_f) et (D). **0,75 pt**

4) Soit g la fonction définie sur IR\ {0} par $g(x) = \frac{x^2+2x-2}{x}$.

a) Montrer que la courbe de g est l'image de la courbe de f par la translation de vecteur $-2\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$. **0,5 pt**

b) En déduire la représentation graphique de la courbe de g. **0,5 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Situation :

Partie B/ Evaluation des compétences : **4,5pts**

Pour son commerce, un commerçant a besoin de 2 200 000f. Trois possibilités lui sont offertes

P1 : prendre cet argent dans une tontine pour un an avec 2,5% de taux d'intérêts mensuels.

P2 : prendre cet argent dans une banque dont les conditions de remboursement sont les suivantes : A la fin du premier mois il doit rembourser 300 000f et puis chaque mois il rembourse 10 000f de moins que le mois précédent.

P3 : prendre une moitié dans une micro finance avec un taux d'intérêts mensuels de 2% avec frais d'envoi mensuel de 100f pour une période d'un an et une moitié dans chaque banque pour une durée d'un an puis rembourser 155 000f le premier mois puis chaque mois, rembourser 6000f de moins que les mois précédents.

Taches :

1) Calculer la somme totale à rembourser s'il opte pour P_1
2) Calculer la somme à rembourser s'il opte pour P_2
3) Calculer la somme à rembourser s'il opte pour P_3