

COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	<b>MINI SESSION</b>	<b>Situation Scolaire N°4</b> Date : 01 ; 02 et 03 Février 2022
<b>EPREUVE DE MATHÉMATIQUES</b>		
Niveau : Tle D et Tle TI	Durée : <b>04 heures</b>	Coef: 4

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES**

**31 POINTS**

**Exercice 1 : 04,5 Points**

Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, choisir la bonne et l'écrire sur votre feuille de composition. 1,5pt×3 = 4,5pts

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C										
1	Pour tout entier naturel $n$ , On pose $S_n = (1 + i)^n + (1 - i)^n$ . Alors :	$S_n$ est un nombre réel pour tout $n$ .	$S_n = 0$ pour tout $n = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}$ .	$S_n = 1 + ni + 1 - ni = 2$										
2	La droite de régression de la série double $(x_i; y_i)$ suivante est : $y = 0,5x + 1$ . Alors : <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td><math>y_i</math></td> <td>1,8</td> <td><math>\alpha</math></td> <td>2,6</td> <td>3,3</td> </tr> </table>	$x_i$	1	2	3	4	$y_i$	1,8	$\alpha$	2,6	3,3	$\alpha = 2$	$\alpha = 1,3$	$\alpha = 1,4$
$x_i$	1	2	3	4										
$y_i$	1,8	$\alpha$	2,6	3,3										
3	Je souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Ne disposant que de deux bidons (non gradués), l'un de 5 litres et l'autre de 3 litres, quel est le nombre minimal d'étapes pour m'en sortir ?	5	6	7										

**Exercice 2 : 14 Points**

**Les parties A et B sont indépendantes.**

**Partie A :** Trois nombres complexes  $z_1, z_2$  et  $z_3$  ont pour produit  $-8$ . Leurs arguments respectifs  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$  sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison  $\frac{\pi}{6}$  et leurs modules respectifs  $r_1, r_2$  et  $r_3$  sont les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison  $\sqrt{2}$ .

- 1- Montrer que  $r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = 8$  et  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = (2k + 1)\pi$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$ . 1pt
- 2- Déterminer  $r_1, r_2$  et  $r_3$ . 2pts
- 3- Sachant que  $\theta_1 \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , déterminer  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$ . 2pts

**Partie B :** On considère les nombres complexes  $z_1 = \frac{\sqrt{6} + i\sqrt{2}}{2}$  et  $u = 1 - i$  et  $v = 8\sqrt{2}(-1 - i)$ .

- 1- Linéariser  $\cos^4 x$ . 2pts
- 2- Déterminer les racines 4-ièmes de  $v$  sous forme trigonométrique. 2pts
- 3- Donner la forme trigonométrique de  $z_1$  et  $u$ . 2pts
- 4- On pose  $z = \frac{z_1}{u}$ .
  - a) Donner la forme algébrique de  $z$ . 1pt
  - b) Donner la forme trigonométrique de  $z$ . 1pt
  - c) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{5\pi}{12}$  et  $\sin \frac{5\pi}{12}$ . 1pt

### Exercice 3 : 12,5 Points

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} - 1$  et  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , unité graphique : 2cm sur les axes.

- 1- Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ . 1pt
- 2- Etudier le sens de variations de  $f$  et dresser son tableau de variation. 2pts
- 3- Déterminer une équation de la tangente (T) à  $(\mathcal{C})$  au point d'abscisse 0. 1pt
- 4- a) Vérifier que  $f(x) - x = -(x+1)\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ . 1pt  
b) Etudier la position de (T) par rapport à  $(\mathcal{C})$ . 1pt
- 5- Tracer (T) et  $(\mathcal{C})$ . 2,5pts
- 6- On définit par  $(u_n)$  la suite tel que  $-1 < u_0 < 0$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = f(u_n)$ .
  - a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $-1 < u_n < 0$ . 1pt
  - b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} \leq u_n$ . 1pt
  - c) Prouver que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite. 2pts

### PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

09 POINTS

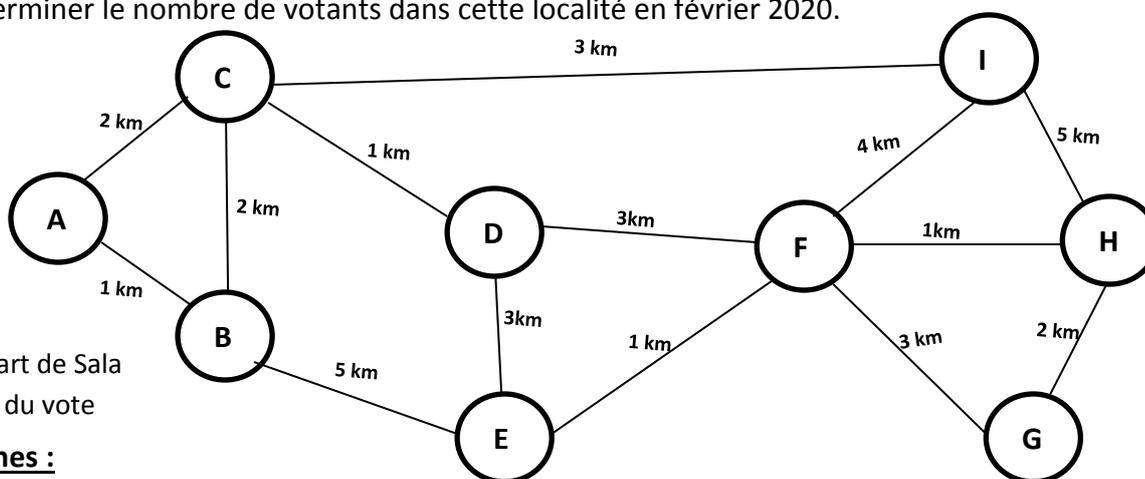
#### Situation :

En février 2014, la population électorale d'une localité était de 20000 électeurs. Depuis cette période, chaque année cette population augmente de 5% et de plus 1000 nouveaux électeurs supplémentaires viennent s'y établir définitivement.

Pour sa campagne en vue des élections de février 2020, Mbono a fait appel à un artisan pour réaliser une portion de dessin d'art sur le pagne à distribuer à ses militants. Il réalise alors son dessin dans un espace carré à l'aide de la représentation graphique de la fonction  $f$  définie sur  $[0; 1]$  par  $f(x) = \sqrt{x}$ , de sa réciproque  $f^{-1}$ , puis réalise leurs symétriques par rapport aux axes de coordonnées et à l'origine du repère. (Unité graphique : 4cm pour 1)

Le jour des élections, le vieux Sala doit partir de chez lui pour son bureau de vote. Il peut passer par plusieurs quartiers avant d'atteindre ce lieu. Son fils a déterminé le plus court chemin pour lui éviter trop de fatigue. Le graphe ci-dessous nous donne les différentes pistes possibles et les distances en kilomètres séparant deux quartiers.

Aux élections de février 2020 dernier, le taux d'abstention était de 20%. Owono souhaite déterminer le nombre de votants dans cette localité en février 2020.



A : Départ de Sala  
H : Lieu du vote

#### Tâches :

- 1- Présenter la maquette réalisée par l'artisan à Mbono. 3pts
- 2- Aider Owono à retrouver le nombre de votants en 2020. 3pts
- 3- A l'aide de l'algorithme de Dijkstra, retrouver le chemin emprunté par Sala pour aller voter. 3pts