

COLLEGE PRIVE LAÏC MONGO BETI B.P 972 TEL. 22 68 62 97 /33 20 67 23 YAOUNDE					
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	ÉPREUVE	CLASSE	DURÉE	COEFFICIENT
2021-2022	N°04	MATHS	Tle D	4 h	4
Nom du professeur : M. TCHUINKAM				Jour :	

L'épreuve comporte deux parties obligatoires. La qualité de la rédaction et la cohérence dans le raisonnement seront prises en compte dans l'appréciation de la copie de l'élève.

PARTIE A : Evaluation des ressources 15,5pts

EXERCICE 1 : 4PTS

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) unité 1cm.

- 1- Résous dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 - 3z\sqrt{3} + 64 = 0$ **0,5pt**
- 2- On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4\sqrt{3} - 4i$ et $b = 4\sqrt{3} + 4i$
 - a) Ecris a et b sous forme exponentielle **0,5pt**
 - b) Calcule OA, OB et AB et en déduis la nature du triangle OAB. **1pt**
- 3- On désigne par C le point d'affixe $c = -\sqrt{3} + i$ et par D son image par la rotation R de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$. Donne l'écriture complexe de R et détermine l'affixe d du point D **0,5pt**
- 4- Soit G le point du plan défini par $-\vec{OG} + \vec{DG} + \vec{BG} = \vec{0}$
 - a) Montre que G a pour affixe $g = 4\sqrt{3} + 6i$ **0,5pt**
 - b) Montre que $\frac{d-c}{g-c}$ est un réel. Que peux-tu en déduire ? **0,5pt**
 - c) Montre que le quadrilatère OBGD est un parallélogramme. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 4, 75 PTS

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct (o, \vec{u}, \vec{v}) . Unité graphique 5cm. Soit f la transformation qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' défini par $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z + 1$.

- 1- Justifie que f est une similitude directe dont on précisera le centre Ω (d'affixe ω), le rapport K et l'angle Θ . **1pt**
- 2- On note A_0 le point O et pour tout entier naturel n, on pose $A_{n+1} = f(A_n)$
 - a) Détermine les affixes des points A_1, A_2 et A_3 puis place ces points dans le repère. **1pt**
 - b) Pour tout n, on pose $U_n = \Omega A_n$. Justifie que la suite (U_n) est géométrique puis établis que pour tout n, $U_n = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$ **0,75pt**
 - c) A partir de quel rang Ω_0 tous les points A_n appartiennent-ils au disque de centre Ω et de rayon 0,1 ? **0,75pt**
- 3- a) Quelle est la nature du triangle, $\Omega A_0 A_1$? en déduis, pour tout n entier naturel n, la nature du triangle $\Omega A_n A_{n+1}$ **0,25pt**
 - b) Pour tout n entier naturel on note l_n la longueur de la ligne brisée $A_0 A_1 A_2 \dots A_{2n}, A_n$. Exprime l_n en fonction de n et détermine la limite de la suite (l_n) . **0,75pt**

EXERCICE 3 : 7PTS

PARTIE I : 2,5pts

g est une fonction définie par $f(x) = \ln\left|\frac{x+2}{x}\right|$; (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) unité 2cm

- 1- Détermine l'ensemble de définition de f. 0,5pt
- 2- Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition 1pt
- 3- Démontre que le point B $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est centre de symétrie de (Cf) 0,5pt
- 4- Construis Cf. 1pt
- 5- Discute graphiquement selon les valeurs du paramètre réel m le nombre et le signe des solutions de l'équation $\ln \left| \frac{x+2}{x} \right| = m$. 0,5pt

PARTIE II : 1,75pt

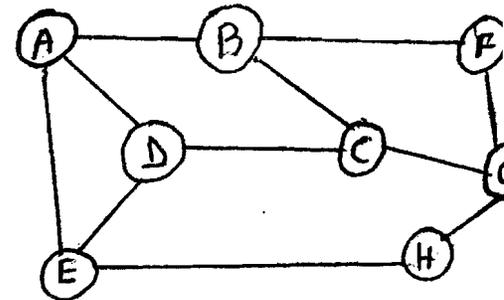
Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = 2x - \sqrt{1 + x^2}$

- 1- Etudie les variations de g. 1pt
- 2- Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution α que l'on déterminera. 0,5pt
- 3- En déduis le signe de g sur IR. 0,25pt

PARTIE III : 2,75pt

Une compagnie aérienne utilise huit (08) aéroports que l'on nomme A, B, C, D, E, F, G et H. entre certains de ces aéroports la compagnie propose des vols dans les deux (2) sens. Cette situation est représentée par le graphe ci-dessous dans lequel : les sommets représentent les aéroports, les arêtes représentent les liaisons assurées dans les deux sens par la compagnie.

- 1- Détermine en justifiant si le graphe est complet 0,5pt
- 2- Fais ressortir dans ce graphe deux chaînes et un cycle et donne les longueurs de ces cycles 1,25pt
- 3- Détermine en justifiant si le graphe admet une chaîne Eulérienne, un cycle Eulérien. Si c'est le cas donne une telle chaîne et un tel cycle. 1pt



PARTIE B : Evaluation des compétences 5 pts

Papa Paul possède trois terrains dont il veut absolument clôturer car il lui est rapporté que des personnes mal intentionnées utilisent cet espace non occupé à des fins mauvaises. Papa Paul décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer ses trois terrains. Le rouleau de 5mètres de fil barbelé est vendu à 3500F

- Le premier terrain est formé de l'ensemble de tous les points M (x,y) du plan complexe vérifiant $|2iz - 1 - 3i| = 8$
- Le deuxième terrain quant à lui est de forme rectangulaire et dont les dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire solution de l'équation $(1+4i)z + (3-4i)\bar{z} = 4-8i$ où \bar{z} est le conjugué de z
- Le troisième terrain est formé de l'ensemble des points M d'affixe z du plan complexe tel que $\text{Re}(Z) = 0$ avec $Z = \frac{z}{z+2i}$

N.B : Les distances de tous ces terrains sont exprimées en décimètres.

Taches :

- 1- Quel est le montant à dépenser par Papa Paul pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le premier terrain ? 1,5pt
- 2- Quel est le montant à dépenser pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le deuxième terrain ? 1,5pt
- 3- Quel est le montant à dépenser pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le troisième terrain ? 1,5pt