Lycée de Bamenkombo
Departement de mathématiques
Année scolaire 2021-2022

Durée :3h00min

Classe : P_C
Examinateur : M. TAGNI
Coef :6

Épreuve de mathématiques

Séquence didactique N^o : 4

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES(15 points)

Exercice 1 : *(3 points)*

Une urne contient les jetons portant les numéros $-1; -3; 1; 2$ et 3. On tire deux jetons successivement avec remise deux jetons dans cette urne. On désigne par a le numéro porté par le premier jeton et par b, celui porté par le deuxième jeton. A et B sont deux points fixes et distincts d'un plan $\mathcal{P}$.

1. Déterminer le tableau à double entrée de cette situation. [0.75pts]
2. En déduire le nombre de couple $(a; b)$ pour lesquels :
   i) Les points (A, a) et (B, b) admettent un barycentre. [0.5pt]
   ii) Le vecteur $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$ est constant quelque soit le point M du plan $\mathcal{P}$. [0.25pt]
   iii) Les points (A, a) et (B, b) admettent un barycentre et ce barycentre appartient au segment $[AB]$. [0.75pts]
3. On suppose que $a = -2, b = 3$, et $G = bar\{(A, a); (B, b)\}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristique de l'ensemble (Γ) des points M de l'espace tel que : $\|a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}\| = MA$. [0.75$pts$]

Exercice 2 : *(3 points)*

Soit f un endomorphisme du plan vectoriel E^2 défini par : $f(\overrightarrow{i}) = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ et $f(2\overrightarrow{i} + j) = 5\overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$, où $\mathcal{B} = (\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est une base de E^2.

1. Déterminer $f(\overrightarrow{j})$ et en déduire la matrice M_f de f. relativement à la base $\mathcal{B}$. [0.5pt]
2. Justifier que f est un automorphisme. [0.25pt]
3. Déterminer la matrice M_f^{-1} inverse de la matrice M_f. [0.25pt]
4. Soient $\overrightarrow{u}(1; 3)$ et $\overrightarrow{v}(-1; 2)$ deux vecteurs de $\mathcal{B}$
   (a) Exprimer $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ en fonction de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$. [0.5pt]
   (b) Déterminer la matrice A_f de f relativement à la base $\mathcal{B}' = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. [0.75$pt$]
5. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que pour tous points A et B distincts du plan, $Mes(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = \frac{7\pi}{3} + 2k\pi$, $K \in \mathbb{Z}$. [0.75pt]

Exercice 3 : *(4 points)*

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle tels que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$.

1. Utiliser le théorème d'**AL-KASHI** pour calculer $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$. [0.5$pt$]
2. En déduire la valeur de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. [0.5$pt$]
3. Soit G le barycentre du système $\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$.$\phi$ est l'application du plan qui à tout point M associe le réel $\phi(M) = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA} + MC^2$.
   a) Calculer $\phi(A)$. [0.5pt]
   b) Montrer que pour tout point M du plan, $\phi(M) = 4\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MG}$. [1$pt$]

c) Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MG} = MI^2 - \dfrac{GC^2}{2}$, où I est milieu du segment $[GC]$. $[1pt]$

d) On suppose que $GC = 2.$, déduire l'ensemble des points M du plan tel que $\phi(M) = 8$. $[0.5pt]$

Théorème d'AL-KASHI :

Dans un triangle ABC, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC\cos(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}})$

<u>Exercice 4</u> : *(5 points)*

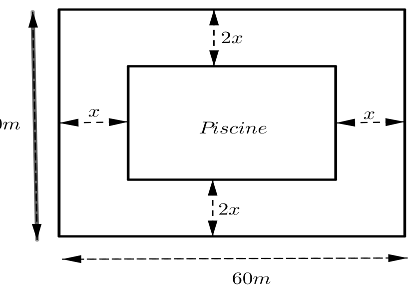
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 8}{-x + 2}$. On désigne par $(\mathcal{C}_f)$la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité graphique $1cm$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f sous forme d'intervalle et calculer les limites aux bornes de D_f. $[0.5pt + 1pt]$
2. Calculer f' fonction dérivée de f puis étudier les variations de f. $[1pt]$
3. Drésser le tableau de varition de f sur son ensemble de définition. $[0.5pt]$
4. Déterminer les réels a, b et c tels que, $\forall x \neq 2,\ f(x) = ax + b + \dfrac{c}{-x + 2}$. $[0.5pt]$
5. Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = -2x + 3$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ puis préciser l'équation de (D') asymptote verticale à $(\mathcal{C}_f)$ $[0.5pt]$
6. Construire soigneusement $(\mathcal{D})$, $(\mathcal{D}')$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé $(O; I; J)$. $[1pt]$

Partie B : <u>ÉVALUATION DES COMPETENCES</u>(5 points)

Wilson est un grand homme d'affaire de ton village, son habitat dispose d'une grande court rectangulaire de 60 mètres de long sur 40 mètres de large. Dans cette court se trouve une piscine comme indique la figure ci-contre. Il dispose d'un certain nombre de draps pour un prix global de 128000 Fcfa. Un client dispose de 125000 Fcfa et avec cette somme, il prend 7 draps de moins à 1000 F cfa de plus que le prix unitaire. La mère de john a vu une commande de gâteau sur le net où un spécialiste lui propose des gâteaux sous forme rectangulaire dont les sommets sont les images des solutions dans $[-\pi, \pi[$ de l'équation $|\sin x| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sur un cerle trigonométrique d'unité $3cm$.

- **Tâche 1 :** Déterminer le nombre de draps et le prix unitaire d'un drap au départ.. $[1,5pts]$
- **Tâche 2 :** Déterminer le nombre de gâteau que la mère de John pourra achèter avec 20.000F sachant que le cm^2 du gâteau coûte $50F$. $[1,5pts]$
- **Tâche 3 :** Déterminer une valeur approchée de x au dizième près pour laquelle l'aire de la piscine est égale au quart de l'aire de la court. $[1,5pts]$



Présentation : 0,5 pt

<u>Bonne chance</u> !