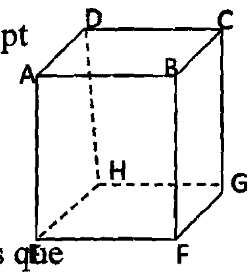
COLLEGE PRIVE MONGO BETI			B.P: 972 Tél:222 224 619 / 242686297 - Yaoundé		
ANNÉE SCOLAIRE	SÉQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2021-2022	N°04	MATHEMATIQUES	Tle C	4 h	05
Nom du professeur : M. MAKON			Jour :		

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 POINTS

Exercice 1 : 5 points

I/ $ABCDEFGH$ est un cube d'arrête 1. On considère le repère $R = (E, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH}, \overrightarrow{EA})$.



1a) Déterminer dans ce repère, les coordonnées des vecteurs: $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}$ 0,75pt

b) En déduire l'aire du triangle ACF. 0,25pt

2a) Déterminer dans le repère R les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. 0,25pt

b) En déduire le volume du tétraèdre $ABCF$. 0,25pt

3) Calculer la distance du point B au plan (ACF). 0,25pt

II/Soit E un espace vectoriel de base B= $(\vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,;\ \vec{k})$.Soit $\vec{a}$ et $\vec{n}$ deux vecteurs de E tels que $\vec{a} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$ et $\vec{n} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$. A tout vecteur $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ de E, on associe l'application f définie E dans lui-même par : $f(\vec{u}) = (\vec{a} \wedge \vec{u}) \wedge \vec{n}$.

a) Démontrer que f est un endomorphisme de E et déterminer sa matrice dans la base B. 0,75pt
b) Déterminer Ker(f) et donner une base $\vec{e}_1$ de Ker(f) 0,75pt
c) Déterminer Im(f) et donner une base $(\vec{e}_2\,; \vec{e}_3)$ de Im(f) 0,75pt
d) Montrer $(\vec{e}_1\,; \vec{e}_2\,; \vec{e}_3)$ est une base de E et déterminer la matrice de f dans cette base. 1pt

Exercice 2 : 5 points

On considère la fonction f définie sur $I =]-1\,; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x+1)$

1-a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 0,5pt

b) Montrer que f réalise une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera. 0,5pt

c) Construire (Cf) et (Cf^{-1}) dans un repère $(O\,; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath})$ orthonormé direct. 0,5pt

2- Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique β sur $[2\,;5]$ 0,5pt

3- Montrer que $\forall x \in [2\,;5], |f'(x)| \leq \frac{2}{3}$ 0,25pt

4- On considère la suite (U_n), $n \in \mathbb{N}$ telle que $\begin{cases} U_0 = 5 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \in [2\,;5]$ 0,5pt

b) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \beta| \leq \frac{2}{3}|U_n - \beta|$ 0,5pt

c) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_n - \beta| \leq 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ et que (U_n) converge vers β. 0,75pt

d) Déterminer le plus petit entier naturel P tel que $|U_n - \beta| \leq (10)^{-2}$, que représente U_P pour β. 0,5pt

5- On considère la fonction F définie sur I par $F(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$.
Calculer $F'(x)$ et en déduire la primitive de f qui prend la valeur 2 en 0. 0,5pt

Exercice 3 : 5 points

I/A et B sont deux points fixes, faire la figure avec AB = 6cm

1- Construire l'ensemble (E) des points M tels que $\frac{MA}{MB} = 3$ 0,5pt

2- Construire l'ensemble (F) des points M tels que $(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ 0,5pt

3- Soit C l'image de B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et D le point tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
Soit la similitude directe telle que S(A) = B et S(C) = D. Déterminer le rapport et l'angle de S. 1pt

4- Soit I le centre de S. Exprimer IB en fonction de IA et donner une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}})$. En déduire une construction de I, Démontrer que I appartient aussi au cercle circonscrit au triangle ACD. 1,5pt

$$\begin{cases} x' = -x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} - y + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

a) Déterminer l'écriture complexe de f 0,5pt

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 5 points

<u>Compétences à évaluer</u> : Résoudre une situation problème à l'aide dù langage mathématique dans les situations de vie où interviennent : les graphes, la statistique et les équations diophantiennes

<u>Situation</u> :

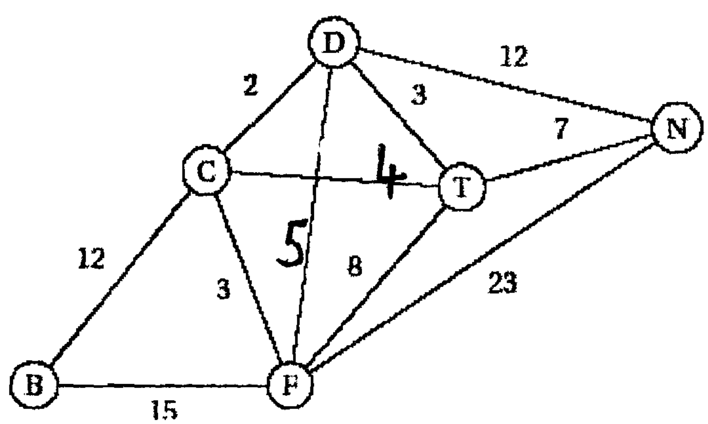
MOUSSA opérateur économique dans la ville de MAROUA a une entreprise située à un point B de la ville dont il souhaite prévoir le chiffre d'affaire à la dixième année de l'ouverture de son entreprise. Vue la bonne marche de sa société il pense qu'il aura un chiffre d'affaires de l'ordre de 50 millions dans 10 ans, pour être sûr de ce qu'il pense, il confie cette étude à la direction des statistiques de son entreprise qui relève sur les six premières années le chiffre d'affaire de son entreprise dans le tableau suivant.

Numéro de l'année	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires	41	68	55	80	95	104

La direction des statistiques de son entreprise décide d'utiliser la méthode des moindres carrés pour faire le travail. MOUSSA constate à un moment que ce travail est immense et décide de donner une prime spéciale de 10 000fcfa à tous les employés de la direction des statistiques pour leur motiver à vite faire le travail, en plus il amène pendant la pause toute la direction composée de femmes et d'hommes dans un restaurant chic de la ville de MAROUA situé à un point N de la ville et dépense en tout une somme de 200 000fcfa. Pendant le repas, chaque homme commande un plat de 3800fcfa tandis que chaque femme commande un plat de 2600fcfa. Le circuit routier du transporteur est représenté par le graphe pondéré ci-dessous, la durée entre deux points étant donnée en minute. Moussa pense que en 20 minutes lui et sa direction des statistiques seront au restaurant.

Tache :

1) Moussa a-t 'il raison pour la durée de leur trajet de l'entreprise au restaurant ? 1,5pt
2) Quelle somme MOUSSA devra prévoir pour satisfaire toute la direction des statistiques sachant que cette direction a plus d'hommes que les femmes? 1,5pt
3) MOUSSA a-t 'il raison pour le chiffre d'affaires de son entreprise ? 1,5pt



Présentation : 0,5pt