Lycée de Bamenkombo
Departement de mathématiques
Année scolaire 2021-2022

Classe : P_D
Examinateur : M. TAGNI
Durée :3h00min
Coef :4

Épreuve de mathématiques **Séquence didactique N^o : 4**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES(15 points)

Exercice 1 : *(3 points)*

Une urne contient les jetons portant les numéros $-1; -3; 1; 2$ et 3. On tire deux jetons successivement avec remise deux jetons dans cette urne. On désigne par a le numéro porté par le premier jeton et par b, celui porté par le deuxième jeton. A et B sont deux points fixes et distincts d'un plan $\mathcal{P}$.

1. Déterminer le tableau à double entrée de cette situation. [0.75pts]
2. En déduire le nombre de couple $(a; b)$ pour lesquels :
   i) Les points (A, a) et (B, b) admettent un barycentre. [0.5pt]
   ii) Le vecteur $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$ est constant quelque soit le point M du plan $\mathcal{P}$. [0.25pt]
   iii) Les points (A, a) et (B, b) admettent un barycentre et ce barycentre appartient au segment $[AB]$. [0.75pts]
3. On suppose que $a = -2, b = 3$, et $G = bar\{(A, a); (B, b)\}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristique de l'ensemble (Γ) des points M de l'espace tel que : $\|a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}\| = MA$. [0.75$pts$]

Exercice 2 : *(3 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. Soit f la transformation du plan dans le plan qui à tout point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = -2x + 4 \\ y' = -2y - 3 \end{cases}$

1. Déterminer les coordonnées de l'unique point Ω invariant par f. [0.5pt]
2. Établir une relation vectorielle entre les vecteurs $\overrightarrow{\Omega M'}$ et $\overrightarrow{\Omega M}$. [0.5$pt$]
3. En déduire la nature et les éléments caractéristique de f. [0.5pt]
4. Soit P le polynôme définie par $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des réels. On donne $P(1) = 5$, $P(-2) = 2$, $P(3) = 37$
   i) Montrer que a, b, c vérifient le sytème (S) suivant : $\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 37 \end{cases}$ [0.5pt]
   ii) Déterminer ce polynôme. [1pt]

Exercice 3 : *(4 points)*

I-1) Vérifier que $(1 + \sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$ [0.5pt]

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$. [1$pt$]

3) Déduire dans $]-\pi; \pi]$ les solutions de l'équation $(E) : \sin^2 x + (1 - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{3} = 0$, . [1$pt$]

II) ABC est un triangle équilatéral de côté $4cm$. On note G le barycentre du système $\{(B; 1), (C; 1), (A; 2)\}$ et A' milieu du segment $[BC]$.

4) Montrer que G est le milieu du segment $[AA']$. [0.25pt]

5) Calculer AG. $[0.5pt]$

6) Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $MA^2 + MA'^2 = 76$. $[0.75pt]$

Exercice 4 : *(5 points)*

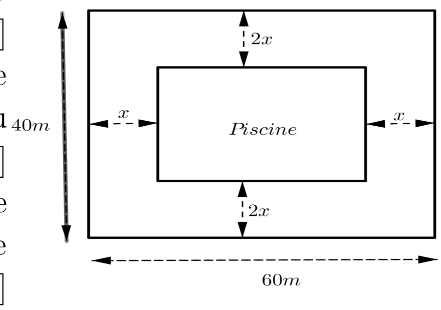
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 8}{-x + 2}$. On désigne par $(\mathcal{C}_f)$la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité graphique $1cm$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f sous forme d'intervalle et calculer les limites aux bornes de D_f. $[0.5pt + 1pt]$
2. Calculer f' fonction dérivée de f puis étudier les variations de f. $[1pt]$
3. Drésser le tableau de varition de f sur son ensemble de définition. $[0.5pt]$
4. Déterminer les réels a, b et c tels que, $\forall x \neq 2,\ f(x) = ax + b + \dfrac{c}{-x + 2}$. $[0.5pt]$
5. Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = -2x + 3$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ puis préciser l'équation de (D') asymptote verticale à $(\mathcal{C}_f)$ $[0.5pt]$
6. Construire soigneusement $(\mathcal{D})$, $(\mathcal{D}')$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé $(O; I; J)$. $[1pt]$

Partie B : ÉVALUATION DES COMPETENCES(5 points)

Wilson est un grand homme d'affaire de ton village, son habitat dispose d'une grande court rectangulaire de 60 mètres de long sur 40 mètres de large. Dans cette court se trouve une piscine comme indique la figure ci-contre. Il dispose d'un certain nombre de draps pour un prix global de 128000 Fcfa. Un client dispose de 125000 Fcfa et avec cette somme, il prend 7 draps de moins à 1000 F cfa de plus que le prix unitaire. La mère de john a vu une commande de gâteau sur le net où un spécialiste lui propose des gâteaux sous forme rectangulaire dont les sommets sont les images des solutions dans $[-\pi, \pi[$ de l'équation $|\sin x| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sur un cerle trigonométrique d'unité $3cm$.

– **Tâche 1 :** Déterminer le nombre de draps et le prix unitaire d'un drap au départ.. $[1, 5pts]$
– **Tâche 2 :** Déterminer le nombre de gâteau que la mère de John pourra acheter avec 20.000F sachant que le cm^2 du gâteau coûte $50F$. $[1, 5pts]$
– **Tâche 3 :** Déterminer une valeur approchée de x au dizième près pour laquelle l'aire de la piscine est égale au quart de l'aire de la court. $[1, 5pts]$



*P*résentation : 0,5 pt

Bonne chance !