

MINI SESSION N°2
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15 points

Exercice 1: 4,5 points

1) Calculer $A = \left(2 - \frac{3 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{2}}\right) \div \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right)$ et donner le résultat sous forme de fraction irréductible. 1pt

2) Montrer que $B = \frac{\sqrt{\frac{4 \times 3^5}{5^4 + 3 \times 5^4}}}{\sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{27}}}$ est un nombre rationnel. 1pt

3) Sachant que x et y sont deux nombres strictement positifs, comparer $(x + 1)(y + 1)$ et $1 - xy$. 0,5pt

4) Montrer que $\sqrt{x^2 + 1} - x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$, puis comparer $\sqrt{x^2 + 1} - x$ et $\frac{1}{2x}$. 0,5pt+0,5pt

5) Soit n un entier naturel non nul ;

a) Démontrer que : $1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$. 0,5pt

b) En déduire la valeur exacte de $A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{27^2}\right)\left(1 - \frac{1}{28^2}\right)$. 0,5pt

Exercice 2 : 4,5 points

I- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes :

a) $|1 + 2x| < 3$. 0,75pt

b) $|2x - 4| = |x + 3|$ 0,75pt

II- On considère les polynômes P et Q définis sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = -3x^2 - 5x + 2$ et $Q(x) = -3x^4 - 5x^2 + 2$.

1) Donner la forme canonique de $P(x)$. 0,75pt

2) En déduire que $P(x) = (-3x + 1)(x + 2)$. 0,5pt

3) En déduire les racines de P . 0,5pt

4) Dresser le tableau de signe de $P(x)$, puis en déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$. 0,75pt

5) En déduire les solutions de $Q(x) = 0$. 0,5pt

Exercice 3: 6 points

I- ABC est un triangle équilatéral de côté 6 cm. R et S sont des points du plan tels que $\overrightarrow{AR} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AS} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Les points P et Q sont les milieux respectifs des segments [BC] et [RS].

1) Faire une figure et placer les points R, S, P et Q. 0,75pt

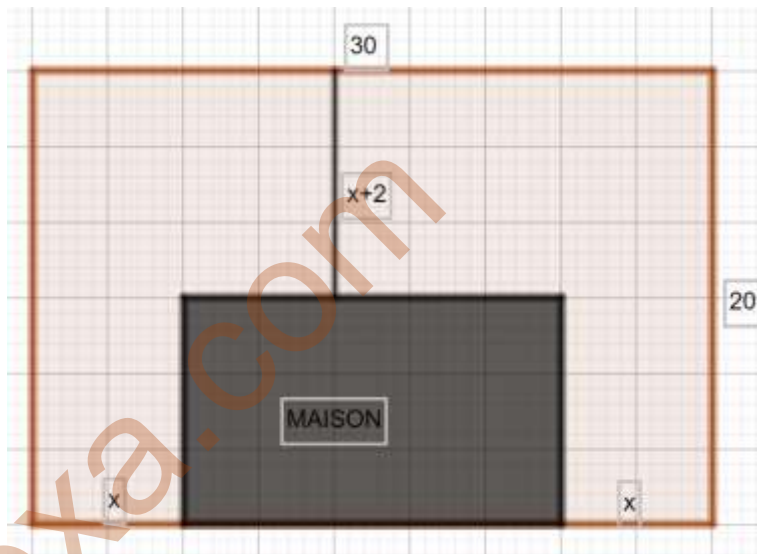
2) Démontrer que les droites (RS) et (BC) sont parallèles. 0,75pt

3) Démontrer que les points P, A et Q sont alignés. 0,75pt

- II- Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. On considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{w} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{z} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{u}$. On donne deux points $A(5; 5)$ et $B(-7; -7)$.
- 1) Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{z}$ dans la base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. 0,75pt
 - 2) Montrer que $(\vec{u}; \vec{v})$ est une base du plan. 0,5pt
 - 3) Montrer que $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) . 0,5pt
 - 4) Montrer que $\vec{i} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$ et $\vec{j} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$. 0,5pt
 - 5) En déduire les coordonnées de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$. 0,5pt
 - 6) Déterminer le réel α pour que les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{a} = 2\vec{i} + \alpha\vec{u}$ soient colinéaires. 1pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES / 5 points

Estelle achète un terrain rectangulaire de 600 m^2 pour y construire sa maison. Le plan de construction de la maison sur le terrain est représenté par la figure ci – contre. N'ayant pas encore la totalité de l'argent nécessaire, elle place dans une banque un capital de 2 500 000 F pendant un an à un taux d'intérêt de $t \%$. L'année suivante, elle retire tout le capital et ses intérêts et replace dans une autre banque à un taux



d'intérêt de $(t + 2)\%$ et elle obtient au bout d'un an une somme de 2 915 000 F.

Finalement, elle revend ce terrain à 9 000 000 F et décide partager les 9 000 000 F entre ses trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 16 ans. Chaque enfant doit recevoir une part proportionnelle à la racine carrée de son âge.

- 1) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire de la maison est égale à 36 m^2 . 1,5pt
- 2) Déterminer les différents taux d'intérêts. 1,5pt
- 3) Déterminer la part de chaque enfant. 1,5pt

Présentation :

0,5pt