

COLLEGE BILINGUE MONTESQUIEU		Année scolaire 2020-2021
Département de Mathématiques		Date : 09/01/2021
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES		
Niveau : PC	Durée : 3 heures	Coefficient: 6

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 POINTS)

Exercice 1: (3,5 points)

- 1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : (E): $2\cos 3x - 1 = 0$. 0,75pt
b) Donner les mesures principales des solutions de (E) et représenter leurs images sur le cercle trigonométriques: 1pt
- 2) Exprimer $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$. 0,5pt
- 3) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$. Montrer que les racines de f sont $\cos \frac{\pi}{9}$; $\cos \frac{5\pi}{9}$ et $\cos \frac{7\pi}{9}$.
- 4) Sans chercher à calculer les racines de f , donner la forme factorisée de $f(x)$. 0,5pt
- 5) Développer cette forme factorisée et en déduire les valeurs exactes des nombres :

$$A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9}; \quad B = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} \quad \text{et}$$

$$C = \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9}.$$

0,75pt

Exercice 2: (3,5 points)

- A) On donne dans le plan un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 8\text{cm}$ et $AC = 4\text{cm}$. G est le barycentre du système $\{(A; 3), (B; -1), (C; 2)\}$.
1) Faire une figure et placer le point G 0,5pt
2) Déterminer et construire les ensembles (Δ) et (∇) des points M du plan tels que $\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$ et $3MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = -32$. 1pt
- B) On considère dans le plan le cercle (C) : $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$ et les droites $(D_m) : 3x - 4y + m = 0$ où m est un réel.
1) Déterminer les éléments caractéristiques de (C) et donner une représentation paramétrique. 0,75pt
2) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles la droite (D_m) est tangente à (C). 0,5pt
3) Étudier suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (C) et (D_m) . 0,75pt

Exercice 3 : (5 points)

- A) On considère dans $[0; 2\pi[$ les équations (E): $\sin x \cos x + \cos^2 x = \cos 2x$ et $(E') : \sin^2 x + \sin x \cos x = 0$.
1) Montrer que les équations (E) et (E') sont équivalentes. 0,75pt
2) Résoudre alors l'équation (E). 1,5pt
3) Placer sur le cercle trigonométrique, les points images des solutions de (E). 0,5pt
4) Calculer le périmètre et l'aire de la figure obtenue en reliant successivement les différents points. 1pt
- B) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$, l'inéquation

$$(E): (2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x - 3)(\sqrt{3}\cos x + \sin x + \sqrt{2}) = 0$$

1,25pt

Exercice 4 : (3,5 points)

A/ Un restaurant propose à ses clients le tableau suivant appelé « menu du jour ».

CATEGORIES	DESCRIPTION	PRIX
ENTREES	3 entrées au choix	2 à 600F et 1 à 1000F
PLATS DU JOUR	3 plats au choix	2 à 1500F et 1 à 2500F
DESSERTS	2 desserts au choix	1 à 600F et 1 à 1000F

Un menu est composé d'une entrée, d'un plat et d'un dessert.

- 1) Déterminer le nombre de menus possibles que le restaurant peut proposer. 0,5pt
- 2) Déterminer le nombre de menus qui coûte 3100F. 0,5pt
- 3) Déterminer le nombre de menus qui coûte au moins 3000F et au plus 4000F. 0,5pt

B/ Une urne contient 5 boules dont 3 noires et 2 blanches. On extrait successivement et sans remise deux boules de cette urne.

- 1) Dénombrer les tirages possibles. 0,5pt
- 2) Dénombrer les tirages contenant des boules de même couleurs. 0,5pt
- 3) Dénombrer les tirages contenant des boules de couleurs différentes. 0,5pt
- 4) Dénombrer les tirages contenant au moins une boule blanche. 0,5pt

Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4,5 POINTS)

L'appareil électronique de BODO est tombé en panne. Après diagnostic, le technicien constate que deux résistors de résistances R_1 et R_2 d'une pièce sont défectueux. Si on monte les deux résistors en série, on obtient un dipôle passif linéaire de résistance $R = 4\Omega$ et si on les monte en parallèle, on obtient un dipôle passif de résistance $R' = 1\Omega$. En service, le résistor de résistance R_1 a la forme d'une tige AB rigide, cylindrique, homogène et horizontale de longueur 95m et de masse $m_1 = 2m_2$; auquel on a soudé à l'extrémité B, le deuxième résistor R_2 ayant la forme d'une bille homogène de masse m_2 de rayon 5cm. On admet que l'axe de révolution de la tige passe par le centre de la bille et coïncide avec le point C, extrémité de la bille. Sur le marché, la pièce coûte 160 000 FCFA et BODO ne dispose que de 150 000 FCA. Pour y parvenir, il décide de placer cette somme dans une banque A à un taux de $x\%$ pendant un an. La banque ayant connue des problèmes, il retire son capital et les intérêts produits qu'il replace dans une autre banque B au taux annuel de $(x+1)\%$ pendant un an. Il obtient alors des intérêts de 5 180 FCFA.

Tâche 1: A partir de l'extrémité C de la pièce électronique, déterminer la position de son centre de gravité G. 1,5pt

Tâche 2: Calculer les résistances R_1 et R_2 . 1,5pt

Tâche 3: Déterminer le taux d'intérêt pratique dans la banque B. 1,5pt