

Compétence visée : Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en utilisant les suites numériques.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15 pts

Exercice 1 : 3pts

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x\cos^2x$ et $g(x) = x\sin^2x$.

- 1) Déterminer une primitive de $f + g$ sur \mathbb{R} . **0.5pt**
- 2) a) En utilisant les formules d'Euler, linéariser $\cos^2x - \sin^2x$. **0.5pt**
b) Déterminer deux nombres réels a et b tels que la fonction $h(x) = ax\sin(2x) + b\cos(2x)$ soit une primitive de $f - g$ sur \mathbb{R} . **1pt**
- 3) En déduire une primitive de f et de g sur \mathbb{R} . **1pt**

Exercice 2 : 5pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . **Unité graphique 2cm.**

On donne les points A, B et C tels que : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$; $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$.

1. Placer ces points dans le repère. **0,5pt**
2. a) Calculer le rapport $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ et écrire le résultat sous forme exponentielle. **0,75pt**
b) En déduire la nature du triangle ABC . **0,25pt**
c) Déterminer une équation cartésienne de (Γ_1) , cercle circonscrit au triangle ABC , puis construire (Γ_1) . **0,5pt**
3. Soit (Γ_2) , l'ensemble des points M d'affixe z du plan tels que : $2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$.
a) Déterminer une équation cartésienne de (Γ_2) et en déduire que (Γ_2) est un cercle dont on précisera Ω son centre et son rayon. **0,75pt**
b) Construire (Γ_2) . **0,25pt**
c) Vérifier que les points A et B appartiennent à (Γ_2) . **0,5pt**
4. On désigne par r , la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
a) Quelles sont les images des points A et B par la rotation r ? **0,5pt**
b) Déterminer l'écriture complexe de r puis calculer l'affixe de C' . **0,5pt**
c) Déterminer l'image du cercle (Γ_2) par la rotation r . **0,5pt**

Exercice 3 : 7pts

Soit la fonction f définie sur $D =]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$. **Unité graphique 2cm.**

Partie A : Soit la fonction g définie sur D par $g(x) = 1 - x - \ln x$.

- 1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **1.5pt**
- 2) a) Calculer $g(1)$. **0.25pt**
b) En déduire le signe de g suivant les valeurs de x . **0.5pt**

Partie B :

- 1) a) Calculer les limites de f aux bornes de D . **0.5pt**
b) En déduire que les axes du repère sont des asymptotes à (C) . **0.25pt**

- 2) a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$. 0.5pt
 b) Dresser le tableau de variation de f. 0.5pt
 3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $]0,5 ; 0,6[$. 1pt
 b) Montrer que f réalise une bijection de $[1; +\infty[$ vers un intervalle que l'on précisera. 0.5pt
 4) Tracer (C). 0.75pt
 5) Soit m un réel. Discuter suivant les valeurs de m, le nombre et le signe des solutions de l'équation $mx^2 - x - \ln x = 0$. 1pt

Partie B : évaluation des compétences

04,5points

Situation

Mr. TCHINDA est un cultivateur de poivre dans la ville de Loum .Il possède deux parcelles de terrains. Il souhaiterait mettre tout autour de ses parcelles des fils barbelés de protection coutant 1750Fr le mètre.

Le terrain 1 est l'image de l'ensemble des points M(x,y) dont les coordonnées vérifient :

$$x^2 + y^2 - 2x - 99 = 0 \text{ par l'homothétie de centre } A(2 ; -3) \text{ et de rapport } K=9$$

Le terrain 2 est un jardin triangulaire dont un sommet est repéré par son affixe $2+3i$ et les deux autres sommets sont solutions de l'équation $z^2 + (2 + 3i)z - 2(1 - 2i) = 0$.

Mr. TCHINDA contacte une entreprise pour l'entretien de ses machines. Elle lui propose de verser 600 000 F et que ce montant augmente de 5% par mois. Mr. TCHINDA s'exclame et se demande en quel mois ce contrat doublera –t-il.

Tâche 1 Quelle somme va dépenser Mr. TCHINDA pour clôturer le terrain 1 ? 1,5 pt

Tâche 2 Quelle somme va dépenser Mr. TCHINDA pour protéger le terrain 2? 1,5 pt

Tâche 3 A partir de combien de mois le contrat doublera – t – il ? 1,5 pt

Présentation : 0.5pt

Proposée par M. SOB NGUEGANG