

Collège F.X.VOGT		Année scolaire 2021-2022
Département de Mathématiques	MINI SESSION Durée : 3h Niveau : PD et TI	FEVRIER 2022

PARTIE A : Evaluation des ressources (15points)

EXERCICE 1 : 3,5 points

- On considère le polynôme P définie par $P(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$
 - Montrer que $P(x) = (x + 1)(x^2 - 4x + 1)$. 0,75pt
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. 1pt
- On rappelle que $\forall a$ et b dans $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.
 - Démontrer que $\tan 3x = \frac{3\tan x - \tan^3 x}{1 - 3\tan^2 x}$. 0,75pt
 - En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\tan 3x = 1$. 1pt

EXERCICE 2 : 4 points

- Soit $f: x \mapsto \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$:
 - Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f . 0,5pt
 - La fonction f admet-elle un prolongement par continuité en 0 ? Si oui définir ce prolongement. 1pt
- Démontrer que la fonction $g: x \mapsto 3x^2 - |x| + 5$ est paire. 1pt
- Calculer les limites suivantes :

$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^2 + 5x + 7$;

$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

(0,5 + 1pt)

EXERCICE 3: 4 points

On considère la fonction $h: x \mapsto \frac{3x+1}{x+1}$ de courbe représentative (C).

- Calculer les limites de h en $-\infty$; $+\infty$ et en -1 à gauche et à droite. 1pt
- Montrer que le point $A(-1; 3)$ est centre de symétrie à (C). 1pt
- On considère la fonction $l: x \mapsto -\frac{2}{x}$.
 - Justifier que $h(x) = l(x + 1) + 3$. 0,25pt
 - Comment obtenir la courbe (C) à partir de celle de (C_l) de l . 0,5pt
 - Construire les courbes des fonctions h et l dans un même repère. 1,25pt

EXERCICE 4 : 3,5 points

ABC est un triangle tels que : $AB = 4\text{cm}$; $AC = 3\text{ cm}$ et $BC = 5\text{cm}$. On considère les points P, Q et T tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AQ} - 3\overrightarrow{QC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{BT} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$;

1) Exprimer :

- a- P comme barycentre des points A et B affectés des coefficients à préciser. 0,25pt
- b- Q comme barycentre des points A et C affectés des coefficients à préciser. 0,25pt
- c- T comme barycentre des points B et C affectés des coefficients à préciser. 0,25pt

2) Montrer que les droites (AT), (BQ) et (CP) sont concourantes. 1pt

3) On considère l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 = 10$

- a- Montrer que $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 8$ où I est le milieu de [AB]. 0,75pt
- b- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E). 1pt

Partie B : Evaluation des compétences (4,5 points)

M NKUE est un entrepreneur qui pratique de l'élevage. L'élevage se fait sur une surface qui est constituée de l'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 100$ (l'unité étant le mètre) où A et B sont deux points distincts de cette surface. Pour protéger son bétail il décide de placer deux rangées de fils barbelés vendue à 1000 FCFA le mètre.

M NKUE produit de la viande dont le kilogramme est vendu à 2800FCFA. Mais pendant les fêtes de fin d'année le prix du kilogramme a subi une augmentation de x% et le prix obtenu a finalement subi une réduction de (x-5) % au mois de janvier et coûte alors 2646FCFA.

Avec une partie de ses revenus M NKUE a construit une villa et pour sécuriser cette villa il fait appel à une société qui doit lui placer un code d'accès constitué de deux lettres suivi de trois chiffres. M NKUE aimerait que le code d'accès commence par A et se termine par 9.

On suppose que $\pi = 3,14$

- 1) Combien M NKUE va-t-il dépenser pour la sécurisation de la surface sur laquelle il pratique l'élevage ? 1,5pt
- 2) Quel était la valeur du taux d'augmentation du prix du kilogramme de viande lors des fêtes de fin d'année ? 1,5pt
- 3) Combien de codes d'accès différents peut-on avoir pour la villa de M NKUE ? 1,5pt

Présentation : 0,5pt