

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**EXERCICE 1 :** 6 points

Soit  $P$  le polynôme défini par  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$ .

- 1) Calculer  $P(-1)$  et conclure. 0,5pt
- 2) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout réel  $x, P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$ . 1,5pt
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $P(x) = 0$ . 1,5pt
- 4) Dédire la résolution dans  $\mathbb{R}$  des équations suivantes :
  - a)  $2(\ln x)^3 - \ln^2 x - 5\ln x - 2 = 0$ . 1pt
  - b)  $2e^{2x} - e^x - 5 - 2e^{-x} = 0$ . 1,5pt

**EXERCICE 2 :** 4 points

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  par la méthode du pivot de GAUSS le système suivant :

$$(S): \begin{cases} x + y + z = 45 \\ 2x + y + 3z = 93 \\ 2x + 3y + 1,5z = 96 \end{cases} \quad \text{2pts}$$

2) En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}^3$  des systèmes suivants :

$$(S_1): \begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 45 \\ 2\ln x + \ln y + 3\ln z = 93 \\ 2\ln x + 3\ln y + 1,5\ln z = 96 \end{cases} ; \quad (S_2): \begin{cases} e^x + e^y + e^z = 45 \\ 2e^x + e^y + 3e^z = 93 \\ 2e^x + 3e^y + 1,5e^z = 96 \end{cases} \quad \text{1ptx2= 2pts}$$

**PROBLEME:** 10 points

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$ . On note  $(C)$  sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(0, I, J)$  d'unité graphique  $1cm$ .

- 1) (a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . 0,5pt  
 (b) Quelle interprétation graphique peut-on déduire pour la courbe  $(C)$  ? 0,5pt  
 (c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . 0,5pt
- 2) On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Montrer que  $f'(x) = \frac{2x+1}{x(x+1)}$ . 1pt
- 3) (a) Etudier, pour tout  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ , le signe de  $f'(x)$ . 0,5pt  
 (b) En déduire le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . 1pt

4) Recopier et compléter le tableau suivant : (les valeurs de  $f(x)$  seront arrondies à  $10^{-1}$  près). 1,5pt

$x$	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$			0,7		

- 5) Tracer la courbe  $(C)$  dans le repère  $(0, I, J)$ . 1,5pt
- 6) Résoudre dans  $]0; +\infty[$  l'équation  $f(x) = 0$ . (On vérifiera que  $f(x)$  s'écrit sous la forme  $f(x) = \ln[x(x + 1)]$  et on donnera la valeur exacte de la solution). 1,5pt
- 7) Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = x \ln x + (x + 1) \ln(x + 1) - 2x$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . 1,5pt

**Examineur :** HAMADOU GAGA

**Good work !!!**