



GENIUS ACADEMY

ORIENTATION – FORMATION – REUSSITE

SOUTIEN BACCALAURÉAT

CLASSE : TERMINALE C

DUREE : 3H

EVALUATION MATHÉMATIQUES

I- Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1

Soit E_2 un plan vectoriel muni d'une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. Pour tout couple (a, b) de $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$, on considère l'endomorphisme $\varphi_{(a,b)}$ dont la matrice dans la base (\vec{i}, \vec{j}) , est $M = \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a + 2b \end{pmatrix}$.

- 1) Démontrer que $\varphi_{(a,b)}$ est bijectif si et seulement si $(a - b)(a + 3b) \neq 0$.
- 2) Soit \vec{u} un vecteur de E_2 . Donner, dans la base B les coordonnées de $\varphi_{(a,b)}(\vec{u})$ en fonction de celles de \vec{u} .

Discutez, suivant les valeurs de a et b , la nature du noyau $\text{Ker } \varphi_{(a,b)}$ et de l'image $\text{Im } \varphi_{(a,b)}$.

Donner dans chaque cas, une base de $\text{Ker } \varphi_{(a,b)}$ et une base de $\text{Im } \varphi_{(a,b)}$.

- 3) Déterminer l'ensemble des couples (a, b) tels que $\varphi_{(a,b)}$ soit une homothétie vectorielle de E_2 .
- 4) On suppose $a = b = \frac{1}{4}$ et on pose $\varphi = \varphi_{(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})}$.

- a) Démontrer que les vecteurs $\vec{e}_1 = -\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$ forment une base de E_2 et écrire la matrice de φ dans cette base.
- b) Démontrer que $\varphi \circ \varphi = \varphi$.

Déterminer les ensembles $E_1' = \text{Ker } \varphi$ et $E_2' = \{\vec{u} \in E_2 \text{ tel que } \varphi(\vec{u}) = \vec{u}\}$.

- c) Démontrer que $\text{Im } \varphi = E_2'$. (φ est appelé projection vectorielle sur E_2' de direction E_1').
- 5) On suppose $a = 2$ et $b = 1$. Soit k un réel.
 - a) Pour quelles valeurs de k peut-on trouver au moins un vecteur non nul \vec{u} de E_2 qui vérifie $\varphi_{(2,1)}(\vec{u}) = k\vec{u}$?
 - b) Démontrer que les ensembles : $E_1'' = \{\vec{u} \in E_2 \text{ tel que } \varphi_{(2,1)}(\vec{u}) = \vec{u}\}$ et $E_2'' = \{\vec{u} \in E_2 \text{ tel que } \varphi_{(2,1)}(\vec{u}) = 5\vec{u}\}$ sont des droites vectorielles de E_2 .
 - c) Donner une base \vec{e}_1'' de E_1'' et une base \vec{e}_2'' , puis écrire la matrice de $\varphi_{(2,1)}$ dans la base $(\vec{e}_1'', \vec{e}_2'')$.



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts : ☎ 652 996 552 ☎ 691 437 707

📘 Genius Academy 📧 contactgacademy@gmail.com

Exercice 2

A. Soit la suite (u_n) telle que $u_{n+1} = \frac{-un}{2} + n - 4$

On pose $v_n = u_n + an + b$

Déterminer les réels a et b pour que la suite (v_n) soit une suite géométrique

B.

1. Soient a, b des nombres premiers entre eux. Montrer que :

1. $a \wedge (a+b) = b \wedge (a+b) = 1$.

2. $(a+b) \wedge ab = 1$.

2. À la suite d'un hold-up, on interroge quatre témoins qui ont vu les malfaiteurs s'enfuir en voiture : Antonin dit que le numéro d'immatriculation comporte quatre chiffres. Bébert, que les deux premiers chiffres sont identiques. Corentin que les deux derniers chiffres sont identiques. Dudule le matheux a remarqué que le nombre en question est un carré parfait. Quel est ce numéro d'immatriculation ?

C. Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \left| \frac{x-1}{x} \right|^{\frac{1}{\sqrt{2}}} & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f .

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 1.

2. Dresser le tableau de variation de f et tracer (C) .

Le portail vers les grandes écoles

II- Évaluation des compétences (05 points)

Un ménage consacre 80% de ses revenus à la consommation. Ce ménage dont le revenu mensuel augmente de 3% par mois décide de réduire la consommation de son revenu mensuel de 2,5% par mois et d'épargner le reste avec lequel ils ont pour projet de s'acheter une maison qui coûte 2.300.000. Le



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts : ☎ 652 996 552 ☎ 691 437 707

📘 Genius Academy 📧 contactgacademy@gmail.com

vendeur de la maison après que la famille l'a suppliée de leur donner une chance d'acheter la maison leur a fixé une condition qui est la suivante :<< si après 6 ans vous n'avez pas épargné assez d'argent pour la maison je la vendrais ailleurs. >>

Au départ, le revenu annuel est $R_0 = 400000$

Tache 1 : exprimer C_n la consommation du mois n du ménage en fonction de n et déterminer sa limite.

Tache2 : le ménage pourra-t-elle acheter la maison ?



Tache3 : lorsque son revenu augmente de 3% par mois, quelle pourcentage peut-il décider d'épargner sur sa consommation pour pouvoir acheter la maison.


Sujetexa.com
GENIUS
ACADEMY

Le portail vers les grandes écoles



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts :  652 996 552  691 437 707

 Genius Academy  contactgacademy@gmail.com