



## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°2 DU 2<sup>ème</sup> TRIMESTRE

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

#### EXERCICE 1 : (4 points)

Dans le plan orienté  $\mathcal{P}$ , on considère le triangle équilatéral  $ABC$  tel que  $\text{mes}(\widehat{BA, BC}) = \frac{\pi}{3}$  et  $AB = 4\text{cm}$ . Soit  $I$  le projeté orthogonal de  $A$  sur le segment  $[BC]$ . La droite parallèle à la droite  $(AI)$  et passant par le point  $C$  coupe la droite  $(AB)$  au point  $\Omega$ . On note  $D$  le symétrique de  $B$  par rapport au point  $C$ . Soient  $t$  la translation de vecteur  $\overrightarrow{BC}$ ;  $r$  la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ ;  $r_1$  la rotation de centre  $B$  d'angle  $-\frac{\pi}{3}$ ;  $f = t \circ r$  et  $g = f \circ r_1$ .

1. Fais une figure claire et soignée. 1pt
2. (a) Ecris  $t$ , puis  $r$  comme composée de deux réflexions. 0,5pt  
 (b) Déduis-en la nature et les éléments géométriques de  $f$ . 0,5pt
3. Détermine  $g(B)$  et déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de  $g$ . 1pt
4. On note  $E = f(A)$ ,  $P = f(B)$  et  $S = f(C)$ .  
 (a) Place les points  $E, P$  et  $S$  sur la même figure. 0,5pt  
 (b) Donne la nature du triangle  $EPS$ , puis montre que  $\Omega, E$  et  $P$  sont alignés. 0,5pt

#### EXERCICE 2 : (3,5 points)

$E$  est un plan vectoriel dont une base est  $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $\varphi$  l'endomorphisme de  $E$  défini par  $\varphi(\vec{i}) = \cos 2\theta \vec{i} + \sin 2\theta \vec{j}$  et  $\varphi(\vec{j}) = \sin 2\theta \vec{i} + \cos 2\theta \vec{j}$  où  $\theta$  est un réel de l'intervalle  $]-\pi; \pi]$ .

1. Donne la matrice  $A$  de  $\varphi$  dans la base  $\mathcal{B}$ . 0,5pt
2. Détermine les valeurs de  $\theta$  pour lesquelles  $\varphi$  n'est pas un automorphisme de  $E$ . 1pt
3. Dans toute cette question, on suppose que  $\theta = \frac{3\pi}{8}$ .  
 (a) Montre que  $\ker \varphi$  est une droite vectorielle dont une base est  $\vec{e}_1 = \vec{i} + \vec{j}$ . 0,75pt  
 (b) Montre que l'ensemble  $G$  des vecteurs  $\vec{u}$  de  $E$  tels que  $\varphi(\vec{u}) = -\sqrt{2}\vec{u}$  est une droite vectorielle dont une base est  $\vec{e}_2 = \vec{i} - \vec{j}$ . 0,75pt  
 (c) Montre que  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$  est une base de  $E$ , puis écris la matrice  $A'$  de  $\varphi$  dans cette base. 0,5pt

#### EXERCICE 3 : (4 points)

A)  $f$  et  $g$  sont les fonctions définies par  $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$  et  $g(x) = \frac{x}{x+2}$ . On pose  $h = g \circ f$ .

1. Détermine l'ensemble de définition de  $h$  et calcule explicitement  $h(x)$ . 1pt
2. Soit  $\mathcal{H}$  l'hyperbole d'équation  $y = \frac{2}{x}$ .  $\mathcal{C}$  désigne la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (a) Construis la courbe  $\mathcal{H}$ . 0,5pt
- (b) Montre que pour tout  $x \neq -1$ ,  $f(x) = \frac{2}{x+1} + 1$ . 0,25pt
- (c) Comment peux-tu déduire la courbe  $\mathcal{E}$  de la courbe  $\mathcal{H}$  ? Construis alors  $\mathcal{E}$ . 1pt

**B)** On considère la droite  $(T)$  d'équation  $x - 2y + 4 = 0$  et le point  $A(1; 0)$ .

1. Vérifie que le cercle  $(\Gamma)$  de centre  $A$  et tangent à la droite  $(T)$  a pour équation :  
 $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ . 0,75pt
2. Ecris une représentation paramétrique de  $(\Gamma)$ . 0,5pt

**EXERCICE 4 : (3,5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$ .

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Détermine le domaine de définition  $D_f$  de  $f$  et calcule les limites aux bornes de  $D_f$ . 1,25pt
3. (a) Détermine les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \neq 1$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$ . 0,5pt
- (b) Montre que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -x - 1$  est asymptote à  $C_f$ . 0,5pt
- (c) Etudie la position relative de  $C_f$  par rapport à  $\mathcal{D}$ . 0,5pt
- (d) Montre que le point  $I(1; -2)$  est centre de symétrie de  $C_f$ . 0,75pt

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**

**SITUATION :**

Une entreprise produit et vend des tôles ondulées dans une localité du **Cameroun**.

Dans cette entreprise, 70% des salariés sont des hommes, 10% des femmes sont des cadres et 20% des hommes sont des cadres. L'entreprise compte 34 cadres.

Lors de la fabrication des tôles, un mauvais réglage sur une machine qui les fabrique amène deux types de défauts, notés  $M$  et  $N$ . Une tôle peut même parfois avoir les deux défauts en même temps. 10% des tôles produites souffrent (au moins) du défaut  $M$  ; 7% des tôles produites souffrent (au moins) du défaut  $N$  et 2% des tôles souffrent des deux défauts. Pour livrer une commande, cette entreprise a produit 1000 tôles.

Pendant les heures de pause, le restaurant de l'entreprise propose à ses clients le tableau suivant appelé menu du jour. **Un menu est constitué d'une entrée, d'un plat du jour et d'un dessert.**

Catégorie	Description
Entrée	<b>5 entrées</b> au choix du client, <b>2 à 600FCFA</b> chacune et <b>3 à 1200FCFA</b> chacune.
Plat du jour	<b>4 «plats du jour»</b> au choix du client ; <b>un à 1500FCFA</b> , <b>2 à 2000FCFA</b> et <b>un à 2500FCFA</b>
Dessert	<b>3 desserts</b> au choix du client ; <b>2 à 500 FCFA</b> et <b>un à 1000FCFA</b>

**Tâches :**

1. Quel est le nombre total de salariés de cette entreprise? 1,5pt
2. Quel est le nombre total de tôles sans défaut produites par cette entreprise? 1,5pt
3. Quel est le nombre total de menus possibles coûtant 3100 FCFA dans ce restaurant ? 1,5pt

**Présentation :** 0,5pt