



EPREUVE DE MATHÉMATIQUE

I. EVALUATION DES RESSOURCES (15pts)

Exercice 1 (3,5pts)

On considère les complexes : $Z_1 = 1 - i$; $Z_2 = 1 - i\sqrt{3}$; $Z = \frac{Z_1^5}{Z_2^4}$

1. Calculer le module et un argument de Z_1, Z_2 et Z 1,5pt
2. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de Z . 1pt
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. 1pt

Exercice 2 (5,5pts)

I. utilisant l'inégalité des accroissements finis montrer que pour entier naturel $n \geq 1$:

$$\frac{1}{2\sqrt{n+1}} \leq \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \leq \frac{1}{2\sqrt{n}} \quad 1\text{pt}$$

II. On donne $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ et $I =]1; +\infty[$

Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J à préciser. 1pt

III. $h(x) = -x^3 + 3x + 1$

1. Calculer $h'(x)$ et dresser le tableau de variation de h sur $[-2; 2]$ 1,5pt
2. Justifier que $h(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[-2; -1]$ 1pt
3. Déterminer la primitive de h sur $[-2; 2]$ qui s'annule en 0. 1pt

Exercice 3 (5,5pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x}{1+x+x^2} \text{ et } (C) \text{ sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé } (o, \vec{i}, \vec{j})$$

Dont l'unité est 2cm.

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 2pts
2. Donner une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse 0. Préciser la position de T par rapport à (C) 1,5pt
3. Construire (C) et T dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) . 1pt

On considère la suite U définie par $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel non nul $U_{n+1} = f(U_n)$

4. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul, $0 \leq U_n \leq 1$ 1pt
5. Montrer que pour tout entier naturel non nul, $U_{n+1} \leq U_n$. En déduire que U est convergente. 1,5pt

A- EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

Alphonse, Merlin et Michelle veulent se lancer dans le commerce au même mois. Le chiffre d'affaire de Alphonse au premier mois s'élève à $U_1 = 50000F$ et après n mois il s'élève à

$U_n = U_{n-1} + 3000$. Merlin a un chiffre d'affaire de $V_1 = 20000F$ au premier mois et après n mois son chiffre d'affaire s'élève à $V_n = 5V_{n-1}$. Quant à Michelle son chiffre d'affaire W_n dépend de celui de d'Alphonse. Sachant que au bout de n mois $W_n = 4(U_1 + U_2 + \dots + U_n) + 30$

Tâche

- 1) Calcule le chiffre d'affaire de Michelle au bout de trois ans. (1,5pts)
- 2) Calcule le chiffre d'affaire de Merlin au bout de trois ans. (1,5pts)
- 3) Calcule le chiffre d'affaire de Alphonse au bout de trois ans. (1,5pts)

Présentation 0,5pt

Sujetexa.com