



WEEK-END DU 14/ 12 / 2021 AU 16 /12/2021

CLASSE : TERMINALE C

DUREE : 3H

EVALUATION MATHÉMATIQUES

I- Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1

A. Dans \mathbb{R}^3 , on considère les ensembles suivants :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + 2y - z\}$$

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 2x + y = 0 \text{ et } x - z = 0\}$$

- 1) Montrer que F est un plan vectoriel de \mathbb{R}^3 puis préciser une base de F
- 2) Montrer que G est une droite vectorielle de \mathbb{R}^3 dont on précisera une base
- 3) Déterminer $F \cap G$. En déduire que F et G sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de \mathbb{R}^3

B. E est un plan vectoriel euclidien muni d'une base orthonormée directe (\vec{i}, \vec{j}) ; f désigne l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$, fait correspondre le vecteur $\vec{u} = \frac{1}{5}(3x + 4y)\vec{i} + \frac{1}{5}(4x - 3y)\vec{j}$.

1. Démontrer que f est bijective.

On note E_1 l'ensemble des vecteurs invariants par f et E_2 l'ensemble des vecteurs orthogonaux à tout vecteur de E_1 .

2. *Le portail vers les grandes écoles*
 - a. Démontrer que E_1 est une droite vectorielle et en préciser le vecteur unitaire \vec{e}_1 dont la première composante est positive.
 - b. Préciser le vecteur \vec{e}_2 de E_2 tel que (\vec{e}_1, \vec{e}_2) soit une base orthonormée directe de E .
 - c. Écrire la matrice de f dans la base (\vec{e}_1, \vec{e}_2) .



Exercice 2

A. 1) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

a) Dresser le tableau de variation de g .

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution β avec $\beta \in]0; 1[$

c) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{x^3+x^2+1}{3x}$

a) Montrer que pour tout réel non nul x , on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{3x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Montrer que $f(\beta) = \frac{\beta}{6} + \frac{1}{2\beta}$. En déduire que $0 < f(\beta) \leq \frac{2}{3}$

3) Soit G une primitive de g

a) déterminer les primitives de g puis en déduire celle qui s'annule en 2.

B. Soient a, b des nombres premiers entre eux. Montrer que :

1. $a \wedge (a+b) = b \wedge (a+b) = 1$.

2. $(a+b) \wedge ab = 1$.

II- Évaluation des compétences (05 points)

Lors d'un match du CHAN 2021 au stade omnisport de Yaoundé, un groupe d'encadreurs de l'académie nationale de football et leurs apprenants dont on en dénombre entre 500 et 1000 décident de se rendre au stade pour regarder le match. Les encadreurs ont dépensé 59.000 frs pour l'achats des tickets. Ils ont acheté au moins 26 tickets de 2.000 frs et des tickets 5.000 frs.

Les apprenants ont droit à l'accès gratuit au stade. Ils ont à leur disposition les véhicules du centre pour leur transport pour le stade. Dans le parking du centre, il y a 3 voitures. Lorsqu'ils prennent la première voiture de 18 places, 9 personnes restent. Lorsqu'ils prennent la deuxième voiture qui a 20 places, 9 personnes restent. Finalement ils prennent la troisième voiture qui a 24 places, pour les navettes et 9 personnes restent.



Pour des raisons de sécurité, l'entrée des gradins du stade s'ouvre lorsque les trois signaux lumineux de couleur verte, rouge et jaunes placés à l'entrée sont émis simultanément. Le signal vert émet toutes les 12 secondes, le rouge toutes les 27 secondes et le jaune toutes les 34 secondes. Le dernier groupe d'apprenants arrive à 19h48s instant où l'entrée vient de se refermer.

Tâches :

1. Combien de tickets de 2.000 frs et ceux de 5.000 frs ont-ils achetés ?
2. Combien d'apprenants se sont rendus au stade?
3. Ceux du dernier groupe pourront-ils voir le coup d'envoi du match qui débute à 20h00 ?



GENIUS
ACADEMY

Le portail vers les grandes écoles



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts : ☎ 652 996 552 ☎ 691 437 707

📘 Genius Academy ✉ contactgacademy@gmail.com