3D

COLLEGE CATHOLIQUE BILINGUE PERE MONTI

ANNEE SCOLAIRE 2021 - 2022

Département	2eme Trimestre	Classe	Durée		Coef	Date de passage :	Visa A.P	Visa P.E
MATHS	EV.S.H. N°2	TC	4H00		07	25 Nov. 2021		

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

A- EVALUATION DES RESSOURCES /15points

Exercice 1 : /4points

Choisir, en justifiant, la bonne réponse. Réponse juste = 1pt ; réponse fausse = -0,25pt ; pas de réponse = 0pt.

1. L'image de l'intervalle $]-\infty;3[$ par fonction $f : x \mapsto x-1+\frac{4}{x-3}$ estl'intervalle:

   a) $]-\infty;0[$; b) $]-\infty;-2]$; c) $]0;+\infty[$; d) $]-\infty;-2[$

2. Si f est telle que pour tout $x \in]6;+\infty[$ on a $\frac{4x}{2x-5} < f(x) < \frac{2x}{x-4}$, alors $\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$ vaut

   a) 2 ; b) -2 ; c) 3 ; d) $+\infty$

3. Le complexe $-4e^{i\frac{9\pi}{14}}$ a pour argument principal le réel :

   a) $\frac{9\pi}{14}$; b) $-\frac{6\pi}{7}$; c) $-\frac{5\pi}{14}$; d) $\frac{2\pi}{7}$

4. Parmi les ensembles suivants, celui qui n'est pas un sous espace vectoriel est:

   a) $E=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/x=2y\}$; c) $G=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/-5x+y=0\}$

   b) $F=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/x+2y=0\}$; d) $H=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/xy=0\}$

Exercice 2: /3points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. A, B, C et D sont les points d'affixes respectives $z_A=-3-i$, $z_B=-2+4i$, $z_C=3-i$ et $z_D=-2$.

1.a) Ecrire sous forme algébrique puis exponentielle le nombre complexe $\frac{z_B-z_C}{z_D-z_A}$. /0,5pt

b) Déduire la position relative des droites (BC) et (AD). *0,25pt*

2.a) Trouver l'affixe z_K du point K centre de gravité du triangle ABC. /0,5pt

b) Montrer que le point I d'affixe $z_I=i$ est le centre du cercle (Γ) circonscrit au triangle ABC. /0,5pt

c) Montrer que les points D, K et I sont alignés. /0,5pt

3.a) Trouver l'affixe z_H du point H tel que $ACHB$ soit un parallélogramme. /0,5pt

b) Vérifier si le point H appartient au cercle (Γ). /0,25pt

Exercice 3 : /3,5points

1.a) Sans utiliser les critères de divisibilité par 9 et par 11, énoncer le critère de divisibilité par 99. (On pourra établir une relation de congruence modulo 99 avec tous les chiffres d'un entier pour celui-ci soit divisible par 99). /0,75pt

b) Utiliser ce critère pour justifier que le nombre 7 354 982 187 635 est divisible par 99. /0,5pt

2. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E): 29x - 13y = 2$. Soit β un entier naturel inféri à 1000 tels que le reste de la division euclidienne de β par 29 soit 4 et le reste de la division de β par 13 soit 6.

a) À l'aide de l'algorithme d'Euclide, trouver une solution particulière de (E). /0,5p

b) Résoudre l'équation (E) /0,75

c) Déduire la résolution dans $\mathbb{Z}$ du système de congruence $\begin{cases} x \equiv 4[29] \\ x \equiv 6[13] \end{cases}$ /0,5

d) Déduire les valeurs de l'entier β. /0,5p

Exercice 4: */4,5points*

On donne les fonctions $f: x \mapsto x^3 - \sqrt{3x^2+1}$ et $g: x \mapsto x\sqrt{3x^2+1} - 1$

1.a) Dresser le tableau de variations de la fonction g. /0,75

b) Déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α et que $\alpha \in]0;1[$. /0,5p

c) Donner un encadrement de α à 10^{-2} près, puis dresser le tableau de signe de la fonction g. /0,5p

2.a) Exprimer $f'(x)$ en faisant apparaitre $g(x)$. /0,5p

b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{\alpha^4 - 1}{\alpha}$, dresser le tableau de variations de f. /0,75

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\beta \in]1,3; 1,4[$. /0,5p

d) Tracer la courbe (C_f) de f dans un repère orthonormal d'unités graphiques $2cm$. (rappelle que $f(\alpha) \approx 1,23$). /0,75

B- EVALUATION DES COMPETENCES */5points*

Intitulé de la compétence: Utilisation les fonctions numériques dans la résolution des problèmes.

Monsieur TCHUMESSO, pêcheur de poissons avec sa pirogue à moteur, est placé en pleine mer en un point P situé à $24Km$ d'une cote rectiligne sur laquelle se trouve sa boutique. Ladite boutique est distante de $40Km$ du point H projeté orthogonal du point P sur cette cote rectiligne.

Monsieur TCHUMESSO reçoit un message et doit se rendre d'urgence dans sa boutique. Pour aller de sa position actuelle à la boutique en mettant le moins de temps possible, il doit d'ab accoster en un point A du segment $[HB]$ avant de prendre une moto à trois roues.

Sa pirogue met $15Km$ par heure et la moto met $25Km$ par heure.

On note $g(x)$ la durée ~~minimale~~ exacte qu'il doit mettre pour effectuer son trajet. Son BAYAME qui l'accompagne fait les calculs et déclare que $g(x) = \frac{1}{15}\sqrt{x^2+576} + \frac{8}{5} - \frac{1}{25}x$

Tâche 1 : Prouver que BAYAME a raison /1,5p

Tâche 2 : Trouver la distance minimale que Monsieur TCHUMESSO parcourt en mer pour accos au point A. /1,5p

Tâche 3 : Trouver la durée minimale de tout son trajet. /1,5p

Présentation : */0,5pt*