COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE NAL
Bonamoussadi.Bangue
B P: 3712 Douala
Tél. : 242 663 521
cosbinal@yahoo.fr

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
REPUBLIC OF CAMEROON
Paix – Travail - Patrie
Peace - Work- Fatherland
Année scolaire 2021/2022

MATIERES :MATHEMATIQUES **CLASSE : Tle D** **coef : 4** **_HORAIRE : 1h40mn**

DEVOIR SURVEILLE N°3 DU 06/01/22

PARTIE A : EVALUATION DES RESOURCES 16pts

EXERCICE 1 7,75pts

Le tableau suivant donne l'évolution du prix en dollar de la tonne d'une terre rare entrant dans la fabrication d'un composant électronique ces dix dernières années.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Numéro de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix de la tonne (y_i) en dollars	38	45	40	55	70	60	75	80	95	106

1. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$. Unité : $1cm$ pour une année en abscisse et $1cm$ pour 10 dollars en ordonnée. **2pts**
2. Démontrer que le point moyen de nuage G a pour coordonnées $G(5,5;66,4)$ et le placer dans le nuage de points. **1,75pt**
3. Montrer que la covariance $\text{cov}(x;y)=60,6$; les variances :$V(x)=8,25$ et $V(y)=479,04$. **1,5pt**
4. Calculer à 10^{-2} près par excès, le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i; y_i)$ puis justifier un ajustement linéaire entre les deux caractères étudiés. **1,25pt**
5. Montrer que la droite de régression de y en x a pour équation $y=7,35x+25,98$. **0,75pt**
6. En supposant que l'évolution se poursuivre de la même façon, donner une estimation du prix de la tonne de cette terre rare en 2016. **0,5pt**

EXERCICE 2 8,25pts

Soit h la fonction définie sur $I=[1;2]$ par $h(x)=\dfrac{3x+2}{x+2}$.

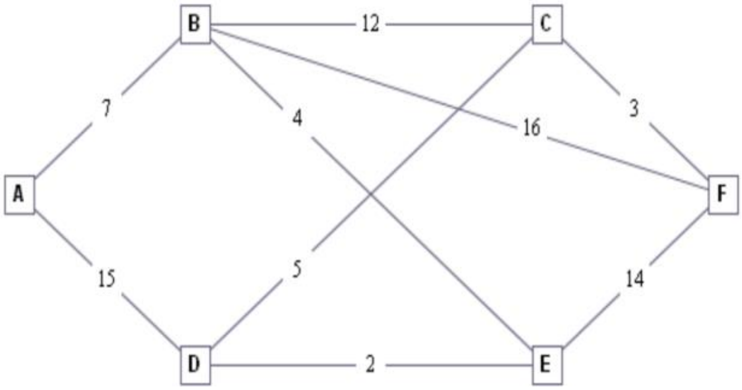
1. Montrer que h réalise une bijection de I vers un intervalle J à préciser. **1,5pt**
2. Montrer que $\forall x \in I$; on a $|h'(x)| \leq \dfrac{4}{9}$. **1,5pt**
3. On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n+2}{U_n+2} \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}$.
   - **a)** Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, $1 \leq U_n \leq 2$. **1pt**
   - **b)** Montrer par récurrence que la suite (U_n) est croissante. (on remarquera que $U_{n+1}=h(U_n)$. **1pt**
   - **c)** Quelle conjecture pouvez-vous faire sur la convergence de la suite (U_n). **0,5pt**
   - **d)** Après avoir justifié que l'on peut appliquer le théorème des inégalités des accroissements finis sur l'intervalle $[U_n;2]$ à h, démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$; $|U_{n+1}-2| \leq \dfrac{4}{9}|U_n-2|$. **1,75pt**
   - **e)** En déduire que $|U_n-2| \leq \left(\dfrac{4}{9}\right)^n$ puis $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4pts

Une agence de voyages organise différentes excursions dans une région du monde et propose la visite de sites incontournables, nommés A, B, C, D, E et F **(voir figure ci-dessous)**. Ces excursions sont résumées sur le graphe ci-dessous dont les sommets désignent les sites et les arêtes représentent les routes pouvant être empruntées pour relier deux sites et le poids des arêtes désigne le temps de transport (en heures) entre chaque site.

Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin de temps minimal pour aller du site A au site F puis préciser le temps mis pour le parcourir. **4pts**

NB : l'on laissera apparaitre tous les détails possibles.



Bonne chance !