

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**  
**PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 points**

**Exercice 1 : 5 points**

I-/ Soit ABC un triangle équilatéral de cote 5cm et de centre de gravité I. Soient D, E et F trois points du plan tels que :  $\vec{AD} = 2\vec{AB}$  ;  $E = \text{Bar}\{(A; 2); (C; -1)\}$  ;  $\vec{BF} = \frac{1}{5}\vec{BC}$

1. Fais une figure et place y les points D, E et F. [1pt]
2. Soit k un réel. Détermine l'ensemble des valeurs du réel k pour lesquelles le barycentre des points pondérés  $\{(A, -5k^2 + 1); (B, 2k^2 + 3k); (C, 2k - 3)\}$  existe. [1pt]
3. On désigne par G est le barycentre des points pondérés  $G = \{(A, 2); (B, -4); (C, -1)\}$ .  
(a) Détermine et construis le point G. [0,5pt]  
(b) Montre que les points C, D, et G sont alignés. [0,5pt]
4. Montre que les droites (AF), (BE) et (CD) sont concourantes. [0,5pt]

II-/ A, B et C sont trois points non alignés du plan et E le milieu du segment [AC]. Soit t un réel de l'intervalle  $\left] \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$ .

1. a. Vérifier que :  $\cos^2 t + \sin^2 t + \cos 2t = 2\cos^2 t$ . [0,5pt]  
b. Pour quelles valeurs de t, le système  $\{(A, \cos^2 t); (B, \sin^2 t); (C, \cos 2t)\}$  possède un barycentre ? Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté  $G_t$ . [0,5pt]
2. On suppose que ABC est un triangle rectangle en C tel que CA = 4 et CB = 2.  
On note G le barycentre obtenu pour  $t = \frac{\pi}{3}$ .  
Démontrer que  $GA^2 = GC^2$ . [0,5pt]

**Exercice 2 : 3,25 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O; i; j). Soit le cercle (C) :  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$  et la droite  $(D_{a,b})$  :  $x + y - a^2 - b^2 - 1 = 0$ . On désigne par  $\Omega$  le centre du cercle (C).

On considère le système (S) :  $\begin{cases} ax - by = 0 \\ x - \sqrt{2}y = 0 \end{cases}$  ; l'équation (E) :  $-x^2 + bx - a = 0$  et on pose  $G = \text{bar}\{(A; a), (B; b)\}$ .

1. Exprime en fonction de a et b la distance du point  $\Omega$  à la droite  $(D_{a,b})$ . [0,75pt]
2. On dispose de deux urnes  $U_1$  contenant les boules numérotées 0; 1;  $\sqrt{2}$  et  $U_2$  contenant les boules numérotées -1; -1; 0; 2; 3; 3. Une opération consiste à tirer deux boules dont l'une dans l'urne  $U_1$  et l'autre dans l'urne  $U_2$ . On désigne par a le numéro de la boule tirée de  $U_1$  et par b celui de la boule tirée dans  $U_2$ . Détermine le nombre de tirages pour que :  
a)  $(D_{a,b})$  et (C) soient tangents. [0,5pt]  
b)  $(D_{a,b})$  et (C) soient disjoints. [0,5pt]  
c) (S) admette une infinité de solutions. [0,5pt]  
d) (E) admette exactement deux solutions distinctes. [0,5pt]  
e) G soit isobarycentre des points A et B. [0,5pt]

**Exercice 3 : 4 points**

1. Vérifier que :  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ . [0,25pt]
2. On considère l'équation ( $\varphi$ ) :  $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} = 0$ .  
a) Résoudre dans  $[0; 2\pi[$  l'équation ( $\varphi$ ). [1pt]  
b) Placer sur le cercle trigonométrique, les points images solutions de l'équation( $\varphi$ ).  
**Unité graphique : 3cm** [0,5pt]
3. Quelle est la nature du polygone obtenu ? [0,5pt]
4. En déduire dans  $[0; 2\pi[$ , l'ensemble solution de l'inéquation  $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} \geq 0$  [0,75pt]
5. Démontrer que pour tout  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ ,  $\tan x \times \sin 2x = 1 - \cos 2x$ . [0,5pt]

6. En déduire la valeur de  $\tan \frac{\pi}{8}$  et  $\tan \frac{\pi}{12}$  .

[0,5pt]

#### Exercice 4 : 2,75 points

1. Résous dans  $\mathbb{N}$  l'équation (E):  $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + 4n = -45$ .

[0,75pt]

2. On rappelle la formule du binôme de Newton :

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n a^0 b^n$$

On donne  $A = C_n^0 + 7C_n^1 + 7^2 C_n^2 + \dots + 7^n C_n^n$  et  $B = (5x - 2y)^{21}$ .

(a) Montre que  $A = (2)^{3n}$ .

[0,5pt]

(b) Sans développer  $B$  détermine le coefficient du terme  $x^4 y^{17}$ .

[0,5pt]

#### B. Évaluation des compétences / 4,5pts

Monsieur PONDI un opérateur économique. Il possède entre un centre de loisirs dans lequel on pratique au moins un des trois sports : Le football (F), le handball (H) et le volleyball (V). Il y'a 96 adhérents ; 10 pratiquent les trois sports à la fois, 40 pratiquent le football, 50 le handball et 56 l'allemand. On sait aussi qu'il y'a autant qui pratiquent seulement le football que ceux qui pratiquent à la fois le volleyball et le handball uniquement ; le nombre de ceux qui pratiquent à la fois le volleyball et le football uniquement est la moitié de ceux qui pratiquent seulement le handball ; le nombre d'adhérents pratiquant seulement le volleyball est le triple de ceux qui pratiquent le handball et le football. Pour faire ses comptes, il souhaite trouver combien les adhérents qui pratiquent seulement un seul sport payent chaque mois sachant que ceux qui pratiquent seulement le football payent chacun 2500 FCFA par mois, ceux qui pratiquent seulement le handball payent chacun 2000 FCFA par mois et ceux qui pratiquent seulement le football payent chacun 3000 FCFA par mois ; pour cela, il désigne par  $x$  le nombre de personnes pratiquant à la fois le volleyball et le handball uniquement, par  $y$  le nombre de personnes pratiquant à la fois le volleyball et le football uniquement et par  $z$  le nombre de ceux qui font à la fois le handball et le football uniquement.

Par ailleurs, pour la détente de ses clients, monsieur PONDI souhaite bâtir sur dans son centre de loisirs une piscine de forme circulaire de rayon 5m. Le technicien acquis pour la tâche lui propose une décoration sur le sol ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation (E):  $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos x + 4 - \sqrt{6} = 0$ , et dont le  $m^2$  coûte 3500 FCFA.

Pour le conseil d'administration de son entreprise, Monsieur PONDI réunit les membres de pour voter

le budget nécessaire pour les travaux d'aménagement d'une piscine. Les personnes présentes à ce conseil se serrent la main et il y'a en tout 136 poignets de mains . A la fin du conseil, chaque membre présent reçoit 14750 FCFA pour le transport retour.

**Votre travail consiste à résoudre les tâches suivantes en justifiant votre démarche par des calculs bien détaillés :**

**Tâche 1 :** Déterminer le budget nécessaire pour le transport retour du personnel présent à ce conseil.

1,5pts

**Tâche 2 :** Déterminer le budget nécessaire pour l'aménagement de la décoration du sol de la piscine.

1,5pts

**Tâche 3 :** Déterminer combien les adhérents qui pratiquent seulement un seul sport payent chaque mois.

1,5pts

Présentation 0,5pt