Epreuve de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie du candidat

Partie A Evaluation des ressources 15,5 points

Exercice I : (4,75points)

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en B tel que $AB = \sqrt{3}$. D est un point du plan tel que $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{BC}$. On considère le polynôme P définie par $P(m) = m^3 - 6m^2 + 11m - 6$.

1. a. Calculer $P(3)$. **0,25pt**
   b. Résoudre dans IR l'équation $P(m) = 0$ **0,75pt**
   c. En déduire le tableau de signe de $P(m)$. **0,5pt**
2. a. Montrer que D est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients à déterminer. **0,5pt**
   b. Construire le point D. (On prendra 3cm pour $\sqrt{3}$). Calculer DA^2, DB^2 et DC^2. **1pt**
3. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = P(m)$ avec $m \in \mathbb{R}$
   a. Montrer que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = MD^2$. **0,5pt**
   b. En utilisant la question 1.c déterminer suivant les valeurs de m la nature de l'ensemble (Γ). **0,75pt**
   c. Déterminer le réel m pour que (Γ) passe par B. (On remarquera que $P(4) = 6$). **0,5pt**

Exercice II : (2,75Points)

Soient f et g des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ et $g(x) = -x^2$. On désigne par (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Démontrer que la courbe (C_f) se déduit de la courbe (C_g) par une transformation du plan que l'on caracterisera. **0,75pt**
2. On désigne par h la fonction définie sur IR par : $h(x) = x^2 - 4|x| + 1$ et par (C_h) sa courbe représentative.
   a. Montrer que h est une fonction paire. **0,5pt**
   b. Montrer que $h(x) = -(f(|x|) + 2)$. **0,5pt**
   c. Expliquer comment construire la courbe (C_h) de la fonction h. **1pt**

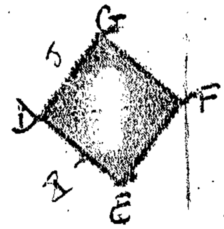
Exercice : III (4points)

1- Resoudre dans IN l'équation : $A_n^2 - 3C_n^2 + n = -20$. **0,5pt**

2- On dispose de six plaquettes numérotées de 2 à 7. On dispose ces plaquettes de manière à former un nombre de 6chiffres.
   a. Combien de tels nombres peut-on former ? **0,25pt**
   b. Combien y a-t-il de tels nombres qui soient des multiples de 5 ? **0,5pt**
   c. Combien y a-t-il de tels nombres qui soient des multiples de 4 ? **0,75pt**

3- Un sac contient 4 boules rouges, 6 boules blanches et 2 boules noires, toutes indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise 3 boules de ce sac.
   a) Calculer le nombre de tirages possibles. **0,25pt**
   b) Calculer le nombre de tirages comportant au moins une boule blanche. **0,5pt**
   c) Calculer le nombre de tirages unicolores. **0,75pt**
   d) Calculer le nombre de tirages contenant au plus une boule noire. **0,5pt**

EXERCICE IV / 4points



Soient DEF et DFG des triangles équilatéraux direct comme l'indique la figure ci dessus. O, I et J sont les milieux respectifs des segments [DF] et [DE] et [GD]. H est le centre de gravité du triangle DEF et (L) est la parallèle à (GE) en F.

On pose $r_1 = R\left(D; \frac{\pi}{3}\right)$; $r_2 = R\left(E; -\frac{\pi}{3}\right)$; $r_3 = R\left(F; \frac{\pi}{3}\right)$; $r_4 = R\left(F; -\frac{2\pi}{3}\right)$

$r_5 = R\left(D; \frac{2\pi}{3}\right)$; $g = r_3 o\, r_1$

1) a) Quelle est la nature de $r_5 o\, r_4$ 0 ,25pt

b) Déterminer la droite (Δ) telle que $r_4 = S_{(\Delta)}{}^\circ S_{(EF)}$ et $r_5 = S_{(DG)}{}^\circ S_{(\Delta)}$ 0,5pt

c) En déduire que $r_5{}^\circ r_4 = t_{2\overrightarrow{FJ}}$. 0,5pt

2) a) Justifier que g est une rotation d'angle à déterminer. 0,5pt

b) Déterminer $g(D)$ et $g(E)$, puis déterminer le centre de g. 0,75pt

3) a) Ecrire r_2 et $t_{\overrightarrow{FD}}$. Comme composée de deux symétries orthogonales d'axes à déterminer. 1pt

b) En déduire que $r_2{}^\circ t_{\overrightarrow{FD}}$ est une rotation de centre et d'angle à déterminer. 0,5pt

Partie B Evaluation des compétences 4,5points

Le conseil d'établissement du lycée de NKOLMESSENG veut viabiliser un espace libre de son site en y construisant un stade de volley-ball, un stade de hand-ball et une piste d'athlétisme. Pour cela l'architecte leur facture chaque réalisation à 1000francs le mètre carré.
Le stade de hand-ball est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $[0 ; 2\pi]$ de l'équation (E) : $1 + 2\sin x \cos x - \sqrt{3}\cos 2x = 0$. L'unité étant 10 mètres.
Le stade de volley-ball est délimité par trois bornes dans le plan muni du repère orthonormé (O ;I ;J) représentées par les points E(20 ;-50), F(75 ;25) et G(15 ;0).
S'agissant de la piste d'athlétisme, elle est délimitée dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 9 m et représentée par l'ensemble des points tels que :
$15 \leq \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| \leq \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\|$.

Taches

1) Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement pour la construction du stade de hand-ball ? 1,5pt
2) Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement pour la construction du stade de volley-ball ? 1,5pt
3) Déterminer le budget à prévoir par le conseil d'établissement pour embellir la piste d'athlétisme ? 1,5pt

Examinateur **M. SIMO Michel**

" *Faites bien l'école et l'école vous fera du bien*