

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATIONS DES RESSOURCES : [15, 5pts]

EXERCICE 1 : [06, 5pts]

- 1- Soit la fonction f définie sur $]-4; +\infty[$ par $f(x) = (x + 4)\sqrt{x + 4}$
- a- Donner la fonction dérivée f' de la fonction f [0, 75pt]
 - b- En déduire une primitive sur $]-4; +\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x + 4}$ [0, 5pt]
- 2- Lineariser $\cos^5 x$ [1pt]
- 3- on donne dans le plan les points A, B, C et D d'affixes : $z_A = 2 - 2i$; $z_B = 2i$; $z_C = -1 + i$ et $z_D = -1 - i$. Montrer A, B, C et D sont cocycliques [1pt]
- 4- Le plan complexe est muni du repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$ et On considère dans \mathbb{C} points A, B, C d'affixes :
 $z_A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$; $z_B = -1 + i$; $z_C = 1 - 2i$
- a- Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe s de centre A et qui transforme le point B en C [1pt]
 - b- Déterminer l'expression analytique de s [0, 5pt]
- 5- Soit f l'application du plan dans lui-même qui à tout point $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tel que :
- $$\begin{cases} x' = -x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} - y + 2\sqrt{3} \end{cases}$$
- a- Déterminer l'écriture complexe de f [1pt]
 - b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f [0, 75pt]

EXERCICE 2 : [03, 5pts]

Une entreprise spécialisée dans l'industrie du bois envisage de faire des prévisions pour l'année 2013 du cout de production des feuilles de contre plaqués en fonction du chiffre d'affaires. Elle dispose à cet effet des données statistiques résumées dans le tableau suivant.
 X = chiffre d'affaire (en million de francs) ; Y = cout de production (en million de francs)

années	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
x_i	350	380	500	540	580	650	700
y_i	40	45	50	55	60	65	70

- 1- Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (X, Y) dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(0, \vec{i}, \vec{j})$. on prendra 1cm pour 50 millions de francs en abscisse et 1cm pour 5 millions de francs en ordonnées [0, 75pt]
- 2- Déterminer les coordonnées du point moyen G et représenter le dans le repère [0, 25pt]
- 3- Vérifier qu'un arrondi de la covariance $cov(X, Y)$ de cette série est 1193 [0, 75pt]
- 4- En utilisant les données et réponses précédentes :
- a- Justifier l'existence d'un ajustement linéaire entre X et Y [0, 25pt]
 - b- Déterminer une équation de régression de la droite d'ajustement (D) de Y en X par la méthode des moindres carrés [1pt]

c- Prévoir le cout de production de cette entreprise pour l'année 2014 ou son chiffre d'affaires est de 800 000 000F [0,5pt]

PROBLEME : [05,5pts]

Les parties A et B sont liés et sont obligatoire

PARTIE A : [02pts]

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2$

1- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. [0,75pt]

2- montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $0,6 \leq \alpha \leq 0,61$ [0,75pt]

3- Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x [0,5pt]

PARTIE B : [03,5pts]

On définit la fonction f par $f(x) = \frac{2x+1}{x^3+1}$ et (C_f) sa courbe representative dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 4cm

1- étudier les variations de les variations de f [1pt]

2- déterminer une équation de la tangente (T) a (C_f) au point d'abscisse 0 [0,5pt]

3- montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{3\alpha^2}$ et que $1,7 \leq f(\alpha) \leq 1,9$ [1pt]

4- Construire la courbe (C_f) de f , (T) et les asymptotes dans un repère orthonormal [1pt]

B. EVALUATIONS DES RESSOURCES : [04,5pts]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. L'unité est le mètre. Mr CLOVIS a un jardin triangulaire dont un sommet est repéré par son affixe $2 + 3i$ est les deux autres sommets sont solutions de l'équation $z^2 + (2 + 3i)z - 2(1 - 2i) = 0$. Il souhaite le clôturer à l'aide d'un grillage dont le mètre coute 1000F. le terrain de Mme TAPAMO est un domaine ABCD ou les sommets A, B et C ont pour affixe respectives $-1 + i$; $1 + 5i$ et $3 - i$. le point D est l'image du point C par similitude directe de centre B qui transforme A en C. Mme TAPAMO voudrait construire sur ce terrain une école et pour cela elle a besoin de recouvrir toute la superficie de ce terrain avec les carreaux. Le carton de carreaux coute 15 000F et peut recouvrir une superficie de $5m^2$. Mr CLOVIS a regrouper dans le tableau ci-dessous la production moyenne en tonne y de son jardin en fonction du nombre d'année pendant 10ans, par des calculs, il désire estimer la production en tonne de son jardin la quinzième année si le couple $(x ; y)$ formé de l'année x et de sa production y est solution de l'équation de la droite de régression de y en x obtenue à partir de la méthodes des moindres carrés

année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
production (y_i)	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

TACHES :

1- aider CLOVIS à déterminer Sa production la quinzième année [1,5pts]

2- quelle somme doit prévoir Mme TAPAMO pour l'achat des carreaux pouvant couvrir entièrement son terrain? [1,5pts]

3- quelle somme d'argent doit prévoir CLOVIS pour entourer totalement son jardin ? [1,5pts]