Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « LES COMPETENTS »
Sis à NGOUSSO ELEVEUR derrière le collège ST AUGUSTIN
Tél : 676 273 940 / 680 374 314 / 675 421 947

Année Scolaire 2021-2022
Epreuve : Mathématiques
Examinateur : Serge TCHIO

TRAVAUX DIRIGES N°1 : CLASSE DE 1ère C, D & TI
CONGES DE NOEL : PETITE SYNTHESE

EXERCICE 1 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants (S) : $\begin{cases} \boldsymbol{x - y + z = -2} \\ \boldsymbol{4x + 2y + z = 7} \\ \boldsymbol{x + y + z = 6} \end{cases}$ (S') : $\begin{cases} 6x + 8y + 7z = 626 \\ x + y + z = 89 \\ 20x + 5y + 8z = 910 \end{cases}$

2. Déterminer les réels $\boldsymbol{a, b}$ et $\boldsymbol{c}$ pour que la parabole (P) d'équation $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$ dans un repère orthonormé passe par les points **A$(-1, -2)$, B$(2, 7)$ et C$(1, 6)$.**

3. Une entreprise artisanale fabrique 3 types d'objets en bois : chaises, poupées et caisses

Types d'objets	Quantité de bois	Temps de fabrication	Nombre d'objets fabriqués
Chaises	**2kg**	**3h**	**a**
Poupées	**500g**	**4h**	**b**
Caisses	**800g**	**3h30**	**c**
Total	**91kg**	**313h**	**89**

Déterminer le nombre d'objets fabriqués pour chaque type.

4. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\boldsymbol{4x^3 + 3x - 10 = 0}$

b. Un cycliste parcourt 40 km pour se rendre d'une ville A à une autre ville B. Au retour, il diminue sa vitesse moyenne de 12km/h et la durée du trajet a augmenté de trois quart d'heures.

i) Montrer que la durée t du trajet vérifie l'équation ci-dessus

ii) En déduire la valeur de la vitesse moyenne durant ce trajet.

EXERCICE 2 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(\boldsymbol{E}) : \boldsymbol{2x^2 + 203x - 1290 = 0}$
2. **LOWE** place la somme de 120 000 **FCFA** dans une micro-finance **A** à un taux d'intérêt annuel de x%. Un an après, il retire tout le capital et les intérêts produits pour le placer dans une micro-finance **B** dont le taux d'intérêt est meilleur de 1,5% par rapport au taux d'intérêt de la micro-finance **A.** Après un an, les intérêts produits dans cette nouvelle micro-finance **B** sont de 9 540 **FCFA.**

a. Donner en fonction de x la somme d'argent retirée dans la micro-finance **A**.

b. Exprimer en fonction de x, l'intérêt obtenu dans la micro-finance **B**.

c. Montrer que x vérifie l'équation (E) et déduire la valeur de x.

EXERCICE 3 :

1. Vérifier que $\boldsymbol{(2 + 2\sqrt{3})^2 = 16 + 8\sqrt{3}}$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\boldsymbol{4t^2 + (2 - 2\sqrt{3})t - \sqrt{3} = 0}$
3. En déduire la résolution dans $[-\pi, \pi[$ de l'équation $\boldsymbol{4\sin^2 x + (2 - 2\sqrt{3})\sin x - \sqrt{3} = 0}$
4. Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique.

EXERCICE 4 :

On donne $\boldsymbol{P(x) = -2\sin^2 x - 2\sqrt{3}\cos x \sin x + 1}$

1. Montrer que $\boldsymbol{P(x) = \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x}$
2. Déterminer deux réels $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{\theta}$ tels que $\boldsymbol{P(x) = a\cos(2x + \theta)}$
3. Résoudre dans $[\boldsymbol{0, 2\pi}[$ l'équation $\boldsymbol{P(x) = \sqrt{2}}$

4. En déduire la résolution dans $[0, 2\pi[$ de l'inéquation $-\sin^2 x < \sqrt{3}\cos x \sin x + \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

EXERCICE 5 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On donne $A\binom{-1}{4}$, $B\binom{-2}{-2}$, $C\binom{3}{1}$.

1. Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Montrer que D est le barycentre du système $\{(A, 1); (B, -1); (C, -1)\}$
3. Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$
4. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{10}$

EXERCICE 6 :

Dans une entreprise on a évalué la distance parcourue par 50 ouvriers pour se rendre à leur lieu de service depuis leur maison, les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

Distances en km	$[0, 4[$	$[4, 8[$	$[8, 12[$	$[12, 16[$	$[16, 20[$
Effectifs n_i	5			7	8
Centres c_i	2		10		18
$n_i \times c_i$	10	84			144

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessus
2. Déterminer la classe modale et le mode cette série statistique
3. Donner la distance moyenne parcourue par les employés
4. Calculer l'écart-type
5. Calculer le pourcentage d'employés qui parcourent moins de 12 km de leur domicile pour le travail

EXERCICE 7 :

On considère l'équation paramétrique $(E_m) : x^2 + 2x + 10 - m^2 = 0$

1. Calculer en fonction de m, le discriminant Δ, la somme S et le produit P des racines
2. Déterminer pour quelles valeurs de m, l'équation (E_m) admet :
   - **a.** Deux solutions
   - **b.** Deux solutions de même signes
   - **c.** Deux solutions de signes contraires

EXERCICE 8 :

Une urne contient des boules blanches et noires toutes de même forme. On tire successivement et avec remise de l'urne deux boules. On perd 50**FCFA** si la boule tirée est noire et on gagne 100**FCFA** si la boule tirée est blanche.

1. Déterminer l'ensemble des gains possibles à l'issue de ce tirage
2. Dans cette question on suppose qu'il y a 6 boules blanches et 2 boules noires.
   - **a.** Quel est le nombre total de tirages différents que l'on peut effectuer ?
   - **b.** Quel est le nombre total de tirages qui donnent un gain positif
   - **c.** Quel est nombre total de tirages qui donnent un gain de 50 **FCFA**
   - **d.** Quel est nombre total de tirages qui donnent un gain nul

EXERCICE 9 :

ABC est un triangle. P est le milieu de $[AB]$, G est le milieu de $[PC]$, K est le point tel que $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et J est le barycentre du système $\{(A, 1); (C, 2)\}$.

1. Démontrer que les points $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{K}$ sont alignés.
2. Démontrer que les droites $(\boldsymbol{AK})$, $(\boldsymbol{BJ})$ et $(\boldsymbol{CP})$ sont concourantes en $\boldsymbol{G}$.

EXERCICE 10 :

1. **ABCD** est un carré. Le point $\boldsymbol{G}$ est le barycentre des points $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{4})$, $(\boldsymbol{B},-\boldsymbol{1})$ et $(\boldsymbol{C},-\boldsymbol{1})$.
   a. Déterminer les entiers $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ pour que $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{bar}\{(\boldsymbol{G},\boldsymbol{a});(\boldsymbol{B},\boldsymbol{b});(\boldsymbol{D},\boldsymbol{c})\}$
   b. Déterminer l'ensemble des points $\boldsymbol{M}$ du plan tels que $\|2\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=8$
2. Démontrer que pour tout $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$, $\tan x\times\sin 2x=1-\cos 2x$ puis déduire la valeur exacte de $\tan\frac{\pi}{8}$ et $\tan\frac{\pi}{12}$

EXERCICE 11 :

Les notes à un devoir de mathématiques d'une classe de première D sont consignées dans le tableau suivant :

Notes	$[0,5[$	$[5,10[$	$[10,15[$	$[15,20[$
Effectifs	**10**	**14**	**19**	**7**

1. Dresser le tableau des fréquences cumulées croissantes.
2. Représenter le polygone des fréquences cumulées croissantes et en déduire graphiquement la valeur de la médiane.
3. Retrouver la valeur de la médiane par calcul.
4. Calculer la valeur de la moyenne, l'écart moyen et l'écart-type.

EXERCICE 12 :

Une association sportive classe ses membres par tranches d'âges suivant le tableau ci-après :

Tranches d'âges	**[20-25[**	**[25-30[**	**[30-40[**	**[40-45[**	**[45-55[**
Effectifs	**20**	**x**	**30**	**17**	**8**

1) La fréquence de la classe [25-30[est de 25%. Montrer que l'effectif total est N = 100 et en déduire la valeur de x.
2) Déterminer par interpolation linéaire, la valeur de la médiane M_e.
3) Calculer l'âge moyen des membres de cette association.
4) Déterminer l'écart-type de cette série.
5) On choisit trois membres parmi ceux ayant une tranche d'âges comprise entre 45 et 55 ans pour former un comité constitué d'un président, d'une trésorière et d'un censeur. Combien de comités distincts peut-on ainsi former avec ces membres ?

EXERCICE 13 :

On donne $P(x)=2\sqrt{2}x^3-(6-\sqrt{2})x^2-(3+\sqrt{2})x+3$

1. Montrer que $P(x)=(x+1)\left(2\sqrt{2}x^2-(6+\sqrt{2})x+3\right)$
2. Calculer $(6-\sqrt{2})^2$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$
4. Résoudre dans $[-\pi,\pi[$ l'équation
   $2\sqrt{2}\sin^3 2x-(6-\sqrt{2})\sin^2 2x-(3+\sqrt{2})\sin 2x+3=0$

EXERCICE 14 :

ABCD est un rectangle te que $AB=1$ et $BC=2$. $\boldsymbol{G}$ es le point tel que $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$. I es le milieu du segment $[AC]$.

1. Ecrire G comme barycentre des points $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{C}$ affectés des coefficients à préciser
2. Montrer que pour tout point $\boldsymbol{M}$ du plan, $\boldsymbol{MA^2 + MC^2 = 2MI^2} + \frac{5}{2}$ puis que $\boldsymbol{MB^2 + MI^2 = 2MG^2} + \frac{5}{8}$
3. Déduire l'ensemble des points $\boldsymbol{M}$ du plan tels que $\boldsymbol{MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 10}$

EXERCICE 15 :

A et **B** sont deux points distincts du plan tels que $\boldsymbol{AB = 10}$. $\boldsymbol{I}$ est le milieu du segment **[AB].** Les points $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{F}$ sont tels que $\boldsymbol{E = bar\{(A,3);(B,2)\}}$ et $\boldsymbol{F = bar\{(A,2);(B,3)\}}$.

1. Construire les points $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{F}$
2. Montrer que E est le symétrique de F par rapport au point $\boldsymbol{I}$.
3. Soit (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que $\boldsymbol{(3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM}).(2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM}) = \frac{375}{4}}$
   - **a.** Déterminer les entiers $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ tels que pour tout point M du plan l'on ait : $\boldsymbol{3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} = a\overrightarrow{EM}}$ et $\boldsymbol{2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} = b\overrightarrow{FM}}$
   - **b.** Montrer que pour tout point M du plan, $\boldsymbol{\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = MI^2 - \frac{1}{4}}$
   - **c.** En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Σ)

EXERCICE 16 :

I. Soit ABC un traingle équilatéral de côté 4cm. On note par I le milieu de [AC] et G le point tel que $4\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

1) a) Montrer que G est le barycentre du système $\{(A,1),(B,2),(C,1)\}$

b) Déduire que I est le symétrique de B par rapport à G.

2) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{IM}\right\| = 8$

a) Trouver un réel t tel que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{IM} = t\overrightarrow{GM}$

b) Déterminer et construire (Γ).

II. Une classe compte 30 élèves dont 10 filles. On choisit au hasard et de façon simultanée 5 de ces élèves pour former un groupe d'études.

1) Déterminer le nombre total de groupes distincts que l'on puisse ainsi former.

2) Déterminer le nombre de ces groupes comportant exactement 3 filles.

3) Déterminer le nombre de groupes comportant au moins 2 filles et au moins 2 garçons.

EXERCICE 16 :

I. Le plan est muni d'un repère. On donne les points A(1, -4), B(9, -4) et C(1, 2). I désigne le milieu du segment [BC] et G l'isobarycentre des points A, B et C.

1. a. Déterminer les coordonnées de G.

b. Que représente G pour le triangle ABC ?

c. Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.

2. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $MB^2 + MC^2 = 100$

II. 1. a. Vérifier que $\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

b. Résoudre dans $\Re$ l'équation $4t^2 - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})t - \sqrt{6} = 0$

c. Déduire la solution dans $[-\pi, \pi]$ de l'équation $4\cos^2 x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos x - \sqrt{6} = 0$

d. Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique.