

DEVOIR DE CLASSE – 13 DECEMBRE 2021

DISCIPLINE	CLASSE	COEF.	Durée	EXAMINATEUR
MATHEMATIQUES	Tle D	4	4H	MBEI Emmanuel 1 ^{er}

EXERCICE 1: 5,5pts

- 1) Soit (E) : $4z^2 - 12z + 153 = 0$
 - a) Montrer que si z_0 est solution de (E) alors \bar{z}_0 est aussi solution de (E). 0,5pt
 - b) Résoudre (E) dans \mathbb{C} . 0,75pt
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 1cm. On considère les points A, B, C et P d'affixes respectives :
 $z_A = \frac{3}{2} + 6i$; $z_B = \frac{3}{2} - 6i$; $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ et $z_P = 3 + 2i$ et le vecteur $\vec{w} = -1 + \frac{5}{2}i$.
 - a. Déterminer l'affixe z_Q du point Q image du point B par la translation t de vecteur \vec{w} . 0,75pt
 - b. Déterminer l'affixe z_R du point R image du point P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$. 0,75pt
 - c. Déterminer l'affixe z_S du point S image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. 0,75pt
- 3) Démontrer que le quadrilatère PQRS est un parallélogramme. 0,5pt
- 4) Calculer $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ et en déduire la nature précise du parallélogramme PQRS. 0,5pt
- 5) Justifier que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle dont on précisera l'affixe de son centre et son rayon. 1pt

EXERCICE 2 : 5,5pts

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2x - \sqrt{1 + x^2}$

Partie A:

- 1) Etudier les variations de la fonction g et dresser le tableau de variation de g. 1,5pt
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α puis déterminer la valeur de α . 0,75pt
- 3) Déduire le signe de g. 0,5pt

Partie B:

soit la fonction f définie par : $f(x) = 2\sqrt{1 + x^2} - x$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal. (D) et (D') es droites d'équations respectives $y = x$ et $y = -3x$

- 1) Etudier les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ 0,5pt + 0,25pt
- 2) Montrer que, pour tout réel x : $f'(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{1 + x^2}}$ et Dresser le tableau de variation de f. 1pt
- 3) Montrer que les droites (D) et (D') sont asymptotes à (C_f) respectivement en $+\infty$ et $-\infty$. 1pt

Exercice : 3

4pts

On considère la fonction h définie sur $[0; \frac{1}{2}]$ par $h(x) = \sqrt{1+x}$

- 1) Montrer que pour tout réel de $[0; \frac{1}{2}]$, $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$ 0,5pt
- 2) Montrer que pour tout réel de $[0; \frac{1}{2}]$, $\frac{1}{\sqrt{6}} \leq h'(x) \leq \frac{1}{2}$. 0,5pt
- 3) a) Dédurre que $1 + \frac{x}{\sqrt{6}} \leq h(x) \leq 1 + \frac{x}{2}$. 0,75pt
- b) Donner une interprétation géométrique de ce résultat. 0,5pt
- 4) Déterminer l'expression de $h^{-1}(x)$ en fonction de x . 0,75pt
- 5) Calculer $(h^{-1})'(\frac{1}{4})$ de deux manières. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5pts

Suite à des coupures récurrentes de lumières à MOKOLO le Lamido fait commander des Lampes solaires toutes identiques venant du Nigéria voisin pour partager à des couches les plus défavorables de sa population. Ces lampes ont la forme d'un triangle rectangle isocèle ABC tels que les points A, B et C sont les points images solution de l'équation suivante :

(E) : $z^3 - 6iz^2 - 18z + 40i = 0$ (avec z_A imaginaire pure) . Il a oublié le nombre de lampes à Commander mais se souvient néanmoins que ce nombre n était égal à l'aire d'une lampe élevée à la puissance 4 ($n = S^4$) . Son fils YAYA dit qu'il y'aura en tout 6561 lampes.

Pour le transport de ces lampes, il cherche Un camion qui doit faire un trajet de 150Km. La Consommation de gasoil du camion est de $6 + \frac{v^2}{30}$ litres par heure , ou v désigne sa vitesse en Km/h . Le prix du gasoil est de 540Fr le litre et on paie le chauffeur 7200Fr par heure. On suppose que la durée du trajet en heure est t et $P(v)$ le prix de revient de toute la course.

Le Lamido aimerait un peu visité quelques pays D'AFRIQUE situé dans la zone hors CFA. Il aimerait partir du CAMEROUN avec une somme de 675000 FCFA et doit visiter m ($m \in \mathbb{N}$) pays . Sachant que le taux de change est de 15%_ à chaque frontière et que tous les frais de séjours et de transport y compris le transport au CAMEROUN sont pris en charges par ses amis . À son retour du CAMEROUN le Lamido aimerait avoir moins de 200000FCFA en poche. Son fils YAYA lui dit qu'il devrait visiter au moins 8 pays pour rentrer avec moins de 200000FCFA dans sa poche.

Taches :

Tache 1 : YAYA a t-il raison par rapport aux nombres de lampes. 1,5 pt

Tache 2 : Calculer la vitesse v du camion pour que $P(v)$ de la course soit minimal. 1,5 pt

Tache 3 : YAYA a t-il raison par rapport aux nombres de pays ? . 1,5 pt

PRESENTATION : 0,5pt

BONNE ANNEE 2022 à tous !!!!!!!!!!!!!!!