



MINI TD DU SAMEDI 18-12-2021

PHYSIQUE TC

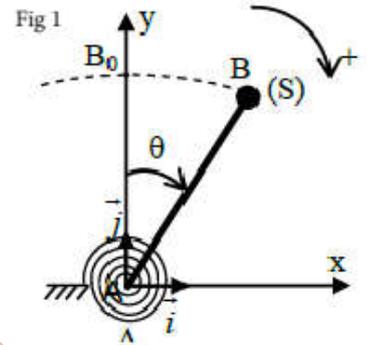
DUREE 2H30

Exercice1 :

Le gravimètre est un appareil qui permet de déterminer, avec une grande précision, la valeur g ; valeur d'intensité du champ de pesanteur en un lieu donné. Les domaines d'utilisation des gravimètres sont nombreux : la géologie, l'océanographie, la sismologie, l'étude spatiale, la prospection minière....etc.

On modélise un type de gravimètres par un système mécanique oscillant constitué de :

- une tige AB, de masse négligeable et de longueur L, pouvant tourner dans un plan vertical autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par l'extrémité A ;
- un corps solide (S), de masse m et de dimensions négligeables, fixé à l'extrémité B de la tige ;
- un ressort spiral, de constante de torsion C, qui exerce sur la tige AB un couple de rappel de moment $M_c = -C.\theta$; où θ désigne l'angle que fait AB avec la verticale ascendante Ay. (**figure1**)



On étudie le mouvement de ce système mécanique dans un repère orthonormé (A, i, j) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Données :

- masse du solide (S) : $m=5.10^{-2}$ kg ;
- longueur de la tige : $L=7.10^{-1}$ m ;
- constante de torsion du ressort spiral : $C=1,31N.m.rad^{-1}$;
- expression du moment d'inertie du système par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta = m.L^2$;
- pour les angles faibles : $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian.

On écarte le système mécanique de sa position d'équilibre vertical d'un angle petit θ_{max} dans le sens positif puis on le lâche sans vitesse initiale à un instant $t=0$.

Le système est repéré, à chaque instant t, par son abscisse angulaire θ . On néglige tous les frottements.

1- Étude dynamique

1-1- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe, montrer que l'équation différentielle du mouvement du système étudié s'écrit, pour les faibles oscillations,

sous la forme : $\ddot{\theta} + \left(\frac{C}{mL^2} - \frac{g}{L} \right) \theta = 0$

1-2- En utilisant les équations aux dimensions, déterminer la dimension de l'expression $\left(\frac{C}{mL^2} - \frac{g}{L} \right)$.

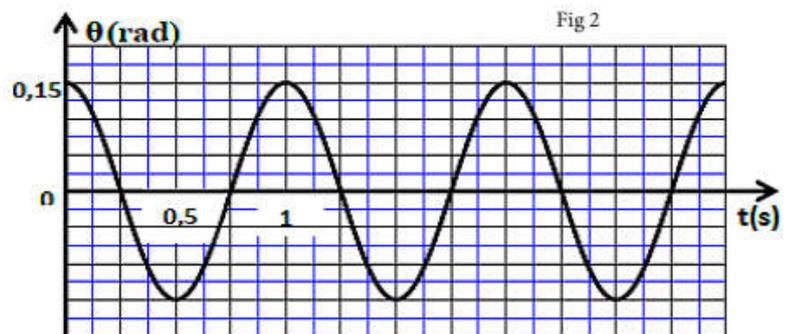
1-3- Pour que la solution de l'équation différentielle précédente soit sous la forme:

$\theta(t) = \theta_{max} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$, il faut que la constante de torsion C soit supérieure à une valeur minimale C_{min} . Trouver l'expression de C_{min} en fonction de L, m et g.

1-4-1- Déterminer la période T, l'amplitude θ_{max} et la phase à l'origine ϕ .

1-4-2- Trouver l'expression de l'intensité de pesanteur g en fonction de L, m, C et T. Calculer sa valeur. (On prend $\pi=3,14$).

1-4- La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'abscisse angulaire $\theta(t)$ dans le cas où $C > C_{min}$.



2- Étude énergétique

Un système d'acquisition informatisé a permis de tracer la courbe de la **figure 3**, qui représente les variations de l'énergie cinétique E_c du système étudié en fonction de l'abscisse angulaire θ dans le cas de faibles amplitudes.



MINI TD DU SAMEDI 18-12-2021

On choisit le niveau horizontal passant par Bo comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0J$), et on choisit

l'énergie potentielle de torsion nulle ($E_{pp} = 0$) pour $\theta = 0$. En exploitant la courbe de la **figure 3**, déterminer:

2-1- la valeur de l'énergie mécanique E_m du système étudié.

2-2- la valeur de l'énergie potentielle E_p du système à la position $\theta_1 = 0,10$ rad.

2-3- la valeur absolue de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du système à l'instant de son passage par la position $\theta = 0$.

Exercice2 :

Cette partie vise la détermination de l'intensité de la pesanteur, en un lieu donné, ainsi que quelques grandeurs qui sont liées au mouvement d'un pendule pesant.

Un pendule pesant est constitué d'une tige homogène OA de masse m, de centre d'inertie G et de longueur L pouvant effectuer un mouvement de rotation dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité O (**figure 1**). Soit J_Δ le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ). On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On écarte la tige OA de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_0 , dans le sens positif, puis on la lance avec une vitesse angulaire initiale à l'instant de date $t=0$.

On repère la position du pendule à un instant de date t par l'abscisse angulaire θ . Le centre G est confondu avec

G_0 quand le pendule passe par sa position d'équilibre stable (**figure 1**).

On néglige tous les frottements et on choisit le plan horizontal passant par G_0 comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = 0$.

Données : - La masse de la tige : $m=100g$; - La longueur de la tige : $L=0,53m$; - On prendra : $\pi^2 = 10$.

1-Trouver l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule pesant à un instant t, dans le cas des oscillations de faible amplitude, en fonction de θ , L, m et g intensité de la pesanteur.

2- Par une étude énergétique, montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L}\theta = 0$

3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la

forme : $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ où T_0 est la période

propre du pendule. La courbe de la **figure 2** représente l'évolution de l'énergie cinétique du pendule étudié au cours du temps.

3-1-Déterminer la valeur de l'intensité de pesanteur g.

3-2-Trouver la valeur de l'amplitude θ_m du mouvement.

3-3-Déterminer la valeur de φ .

PHYSIQUE TC

DUREE 2H30

