LYCEE GENERAL DE LOUM

Epreuve	Classe	Evaluation	Durée	Coefficient	Année-scolaire
Mathématiques	Première D	Trimestrielle 1	3h	4	2021-2022

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5 POINTS

Exercice 1 : Polynômes de degré 2, équations et systèmes 4.75 points

I- Soit P, le polynôme de second degré dans $\mathbb{R}$ tel que P (-1) = 2 ; P (0) = 1 et P (1) = 4.

1- On pose $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels non nuls.

a) Montrer que c = 1. **0.25pt**

b) Déduire que a et b vérifient le système : $\begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = 1 \end{cases}$, puis retrouver a et b. **0.75pt**

2- Dans la suite on admet que $\mathrm{P}(x) = 2x^2 + x + 1$ et on considère l'équation paramétrée (E_m) :
$\mathrm{P}(x) = m$, où m est un nombre reel donné.

a) Résoudre l'équation (E_0) dans $\mathbb{R}$ et conclure. **0.5pt**

b) Calculer et donner le signe du discriminant $(\triangle_m)$ de l'équation (E_m). **0.75pt**

3- a) Résoudre alors l'équation (E_m) suivant les valeurs du réel m. **0.75pt**

b) Préciser les valeurs du réel m pour lesquelles l'équation (E_m) admet deux racines distinctes et négatives. **0.5pt**

II- Lauraine va au marché des fruits trois jours dans la semaine pour s'approvisionner.
Pour cette semaine, elle a acheté : 2 ananas, 5 mangues et 4 papayes à 620 francs le jour 1 ; 3 ananas, 5 mangues et 1 papaye à 530 francs le jour 2 ; 2 ananas, 7 mangues et 8 papayes le jour 3. Déterminer sa dépense du jour 3. **1.25pt**

Exercice 2 : Trigonométrie 9.75 points

I- a et b sont deux réels non nuls de l'intervalle $[0, \pi]$ vérifiant le système (S) suivant :

$$\begin{cases} cosacosb = \frac{\sqrt{3}+1}{4} \\ sinasinb = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \end{cases}$$

1- On rappelle la formule d'addition suivante cos (a - b) = cosacosb + sinasinb.

a) Etablir que cos (a + b) = cosacosb – sinasinb. **0.5pt**

b) Déduire que le système dans (S) est équivalent au système : $\begin{cases} \cos(a-b) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\ (a+b) = \frac{1}{2} \end{cases}$ **0.5pt**

2- On pose x = a + b et y = a – b.

a) Résoudre dans $[0, \pi]$, les équations trigonométriques suivantes : cos x = $\frac{1}{2}$ et cos y = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **1pt**

b) Déduire la résolution complète du système (S) dans$[0, \pi] \times [0, \pi]$. **0.75pt**

II- On considère l'équation trigonométrique (E) : $2\,sin^2x - (\sqrt{3}+1)\,sinx + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

1- a) Vérifier que $\left(\sqrt{3}-1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$. **0.25pt**

b) Résoudre dans l'équation suivante : $2\,t^2 - (\sqrt{3}+1)\,t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. **0.75pt**

2- a) A l'aide de la question 1.b, résoudre dans $[0, 2\pi]$, l'équation (E) précédente. **1pt**

b) Déduire dans $[0, 2\pi]$, les solutions de l'inéquation (I) : $2\,sin^2x - (\sqrt{3}+1)\,sinx + \frac{\sqrt{3}}{2} < 0$, puis représenter les sur le cercle trigonométrique en prenant 4 cm pour le rayon. **1.5pt**

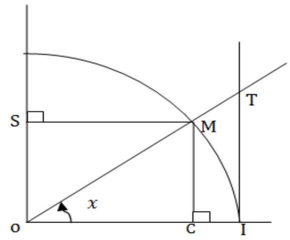
3- On considère l'équation (E') : $4\ sin^3x - 2\sqrt{3}sin^2x - 2(\sqrt{3}+2)\ sinx + \sqrt{3} = 0$.

a) Montrer que (E') est équivalente l'équation $(sinx+1)\left[2\ sin^2x - (\sqrt{3}+1)\ sinx + \frac{\sqrt{3}}{2}\right] = 0$. **0.75pt**

b) Déduire alors les solutions de l'équation (E') dans $[0, 2\pi]$. **0.75pt**

c) Résoudre dans $[0, 2\pi]$, l'inéquation (I') : $4\ sin^3x - 2\sqrt{3}sin^2x - 2(\sqrt{3}+2)\ sinx + \sqrt{3} \geq 0$. **1.25pt**

III- Soit x un réel de $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$. Sur la figure ci-dessous, M est le point du cercle trigonométrique $(\mathscr{C})$ tel que l'angle $(\widehat{OI, OM})$ soit de mesure x et la distance OM = 1.



1- Exprimer en fonction de x, les distances OC, OS, et IT. **0,75pt**

2- Exprimer en fonction de x, l'aire des triangles OIM et OIT. **0,5pt**

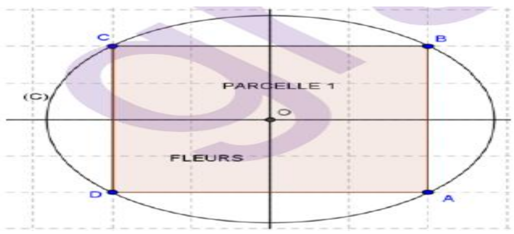
3- Exprimer en fonction de x, l'angle du secteur angulaire OIM. **0,5pt**

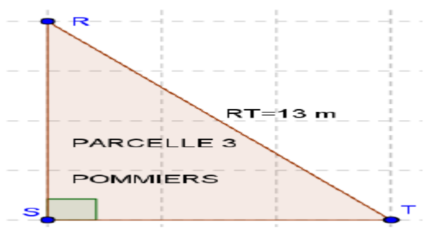
4- En déduire que $\forall\ x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[, 1 < \frac{x}{sinx} < \frac{1}{cosx}$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4.5 POINTS

Situation : La réserve et ses parcelles.

M MATOH est une grande agricultrice fleuriste. Elle possède une grande réserve qu'elle a séparée en trois parties comme l'indiquent les figures ci-dessous. Sur la parcelle 1 ayant la forme d'un rectangle ABCD, elle plante des fleurs. Cette parcelle est telle que le cercle (C) est le cercle trigonométrique et les points A, B, C et D sont les points images des solutions dans l'intervalle$]-\pi; \pi[$ de l'équation trigonométrique $4sin^2x - 3 = 0$. **(On prendra 10 m = 1 $unité$). Mme MATOH** plante 10 fleurs tous les $\sqrt{3}\ m^2$ et une fleur coûte 1500 francs.
Sur la parcelle 2, ayant la forme d'un triangle rectangle en B délimitée par les points de coordonnées en mètre : $A(60\ ;\ 30), B(60\ ;\ -50)\ et\ C\ (0\ ;\ -50)$, elle met des gazons synthétiques. x m² de gazon synthétique coûte 1500 Frs où x est solution de l'équation $4 + \sqrt{x-2} = x$.
Sur la parcelle 3, elle plante quelques pommiers. Cette parcelle a la forme d'un triangle rectangle RST dont l'hypoténuse mesure 13 m et l'aire du triangle est de 30 m². Elle met alors des pommiers le long du pourtour de la parcelle de telle sorte que la distance entre deux pommiers consécutifs soit 0,3m.





Tâches :

1. Déterminer la dépense de Mme ATOH pour l'achat des fleurs. **1.5pt**
2. Déterminer la dépense de Mme ATOH pour l'achat des gazons synthétiques. **1.5pt**
3. Déterminer le nombre de pommiers que Mme ATOH mettra sur la parcelle 3. **1.5pt**

« La plus belle force c'est la passion ; elle peut rendre un esprit génial, alors exerce-toi passionnément »

Examinateur : David DJIEUNIA