La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES /15,5 points

Exercice 1 : 04,5points

I- θ désigne un réel appartenant à $[0; 2\pi]$. On considère l'équation dans $\mathbb{C}$, d'inconnue z (E): $z^2 - (2^{\theta+1}cos\theta)z + 2^{2\theta} = 0$.

1. Résoudre (E) et mettre des solutions sous forme trigonométrique. **1pt**
2. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A et B dont les affixes sont les solutions de l'équation (E). Déterminer θ pour que OAB soit équilatéral. **0,5pt**

II- On considère le polynôme à variable complexe f défini par : $f(z) = 3z^3 - 4z^2 - 4z - 7$.

1. Justifier que si z_0 est une racine de f, il en est de même pour $\overline{z_0}$. **0,25pt**
2. Soit a et b deux entiers relatifs non nuls et premiers entre eux. Démontrer que si $\frac{a}{b}$ est une racine de f, alors a divise 7 et b divise 3. **0,75pt**
3. En déduire la détermination d'un nombre rationnel, racine de f. **0,5pt**
4. Déterminer le polynôme g tel que $f(z) = \left(z - \frac{7}{3}\right) g(z)$, puis résoudre l'équation $f(z) = 0$. **0,75pt**

III- Déterminer et représenter dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}; \vec{v})$, l'ensemble (H) des points M(z) tels que arg$\left(\frac{z-2+i}{z-1-i}\right) \equiv \frac{2\pi}{3} [\pi]$. **0,75pt**

Exercice 2 : 02 points

1. Soit la proposition : « soit N un entier naturel dont l'écriture en base 10 est $\overline{aba7}$. Si N est divisible par 7, alors a+b est divisible par 7 ». Cette proposition suivante est –elle vraie ou fausse ? justifier votre réponse. **0,5pt**
2. On considère la droite (D) d'équation réduite $y = \frac{65}{16}x - \frac{5}{16}$ dans un repère orthonormé du plan.
   a) Démontrer que (D) passe au moins par un point M dont les coordonnées sont des nombre entiers relatifs. **0,25pt**
   b) Déterminer l'ensemble des points de (D) à coordonnées entière. **0,75pt**
   c) Déterminer les points de (D) dont les coordonnées sont des entiers compris entre -126 et 134. **0,5pt**

Exercice 3 : 04,5 points

Soit la fonction f définie par :$f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{x^2 - 3x} \text{ si } x < 0 \\ x - 2\sqrt{x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$ et $(\mathcal{C}_f)$ la courbe de représentant f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1. a) Etudier la dérivabilité de f en 0, puis interpréter graphiquement le résultat. **0,5pt**
   b) Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur son ensemble de définition. **0,5pt**
2. Etudier les variation de f et dresser son tableau de variation. **1pt**

3. Recherche les branches infinies de $(\mathcal{C}_f)$. **1pt**
4. Tracer $(\mathcal{C}_f)$ avec soin. **1pt**
5. On définit la fonction h sur $\mathbb{R}^*$ par $h(x) = \frac{cosx}{x} - \frac{sinx}{x^2}$. Déterminer la primitive H sur $\mathbb{R}^*$ de la fonction h qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$. **0,5pt**

Exercice 4 : **04,5 points**

Le plan est muni du repère $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. On considère la fonction g definie sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x) = \frac{1}{cosx}$.

1. Démontrer que g réalise une bijection de $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ vers un intervalle K à préciser. **0,5pt**
2. a) Résoudre dans $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$, l'équation $g(x) = \sqrt{2}$. **0,25pt**

   b) Déterminer l'ensemble de dérivabilité D de la fonction réciproque g^{-1} de g. **0,5pt**

   c) Démontrer que pour tout x élément de D, $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$. **1pt**

   d) Donner une équation de la tangente au point d'abscisse $\sqrt{2}$ à la courbe de g^{-1}. **0,5pt**

   e) Montrer que l'équation $g(x) = \frac{1}{x}$ admet une unique solution β dans $\left]0;\frac{\pi}{4}\right[$ et donner une valeur approchée de β à 10^{-1} près. **1pt**

   f) Montrer que pour tout x appartenant à $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $|g'(x)| \leq \sqrt{2}$ et montrer que pour tout x de $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $\left|\frac{1}{cosx} - \frac{1}{\beta}\right| \leq \sqrt{2}|x - \beta|$. **0,75pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 04,5 points

Situation :

M. CHEBOU est un opérateur économique qui possède une entreprise d'extraction d'un minéral. Dans cette entreprise, il souhaite fabriquer des boîtes parallélépipédiques à base carrée, de volume $128cm^3$ en utilisant pour le fond et le couvercle, une matière qui revient à 4 centimes le cm² et pour la surface latérale une matière qui revient à 2 centimes le cm². En désignant par x le côté (en cm) de la base carrée d'une boîte, son fils de seconde C qui est au Lycée Bilingue de Dschang a prouvé sans difficulté que le prix de revient d'une boîte (en centimes) est $p(x) = 8x^2 + \frac{1024}{x}$. M. CHEBOU veut s'assurer que cette formule est juste et pour maximiser son bénéfice total, il veut que le prix de revient d'une boîte soit minimal. M. CHEBOU s'est associé à une entreprise de téléphonie mobile pour l'aider à l'extension de la couverture de son réseau dans la ville de Dschang. La couverture réseau de cette société de téléphonie à Dschang est donnée par l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|iz - 4i + 3| \leq 3$, le plan terrestre étant muni du repère complexe $(0;\vec{u};\vec{v})$, l'unité étant le km. Par ailleurs, dans cette ville, le quartier Madagascar est délimité par une espace de forme triangulaire dont les sommets sont les solutions de l'équation $z^3 - (5+7i)z^2 - (4-25i)z - 12i + 30 = 0$, l'un des sommets ayant pour affixe $2i$.

(on rappelle que le volume d'un parallélépipède rectangle est donné par la formule $V = \mathcal{B} \times h$, $\mathcal{B}$ étant la surface de la base et h la hauteur.)

Taches :

1. Aider M. CHEBOU en lui prouvant que cette formule $p(x)$ qui lui donne le prix de revient d'une boîte (en centimes) est juste. **1,5pt**
2. Aider M. CHEBOU en déterminant pour lui, les dimensions d'une boîte pour que son prix de revient soit minimal. **1,5pt**
3. Le quartier Madagascar est-il entièrement couvert par le réseau de cette société ? **1,5pt**