



Partie A : Evaluation des ressources

15 points

Exercice 1 : 3,75 points

- I- Etablir en utilisant les congruences que pour tout entier naturel n :
 $2^{6n+3} + 3^{4n+2}$ est multiple de 17. 0,75 pt
- II- Soit $N = \overline{x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0}$ un nombre écrit en base 10.
 - a) En utilisant la congruence $10 \equiv -1(11)$, déterminer un critère de divisibilité par 11. 0,5 pt
 - b) L'appliquer aux nombres 25418792 et 851047932152. 0,5 pt
 - c) Montrer que, pour tout entier naturel n , $25418792^{3n} - 5^n$ est divisible par 11. 0,5 pt
- III- Déterminer les entiers n tels que l'entier $A = n^2 - 3n + 6$ soit divisible par 5. 0,75 pt
- IV- Déterminer les chiffres x et y pour que l'entier $\overline{x43y}$ soit divisible par 5 et par 9. 0,75 pt

Exercice 2 : 3,5 points

- I- La décomposition en produit de facteurs premiers d'un entier naturel n contient uniquement les nombres premiers 2 et 3.
 Déterminer n sachant que n possède 12 diviseurs. 1 pt
- II- Déterminer $PGCD(2n + 1; n - 5)$ selon les valeurs de l'entier n . 0,75 pt
- III- Montrer que $n(2n + 1)(7n + 1)$ est divisible par 6. 0,75 pt
- IV- 1. Développer $(a^2 + 8)^2$ 0,25 pt
- 2. Montrer que $a^2 + 64$ n'est pas premier, quel que soit a entier au moins égal à 1. 0,75 pt

Exercice 3 : 3,25 points

- I- 1.a) Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer un couple $(x_0; y_0)$ d'entiers relatifs solution de l'équation : $48x + 35y = 1$. 0,75 pt
- b) En déduire l'ensemble des solutions dans \mathbb{Z}^2 de cette équation. 0,75 pt
- c) Donner l'ensemble des solutions dans \mathbb{Z}^2 de l'équation $336x + 245y = 7$. 0,25 pt
- 2. L'espace étant rapporté à un repère orthonormé, on donne le vecteur \vec{u} de coordonnées $(48, 35, 24)$ et le point $A(-11, 35, -13)$. On rappelle que dans un repère orthonormé, si $\vec{u}(x; y; z)$ et $\vec{v}(x'; y'; z')$ alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.
 - a. Préciser la nature et donner une équation cartésienne de l'ensemble (Π) des points M de l'espace, de coordonnées (x, y, z) tels que : $\vec{u} \cdot \overline{AM} = 0$. 0,5 pt
 - b. Soit (D) la droite d'intersection de (Π) avec le plan d'équation : $z = 16$.
 Déterminer tous les points de (D) dont les coordonnées sont entières et appartiennent à l'intervalle $[-100; 100]$. En déduire les coordonnées du point de (D) , à coordonnées entières, situé le plus près de l'origine. 1 pt

Exercice 4 : 4,5 points

- 1. Pour quelles valeurs du naturel n le nombre $14n + 8$ est-il divisible par $3n + 5$? 0,75 pt
- 2. Le nombre 227 est-il premier ? 0,5 pt

3. Trouver tous les couples d'entiers naturels non nuls a et b tels que :

$$ab = 1008 \text{ et } PGCD(a; b) = 168.$$

1 pt

4. Soit a et b deux entiers naturels non nuls. Soient $x = 7a + 5b$ et $y = 4a + 3b$.

Soit $\delta = PGCD(x; y)$ et $\delta' = PGCD(a; b)$. Montrer que $\delta = \delta'$.

0,75 pt

5. Montrer que l'ensemble des nombres premiers est infini.

0,5 pt

6. Soit a et b deux entiers naturels non nuls et $\delta = PGCD(a; b)$. Montrer que $\mathcal{D}(a; b) = \mathcal{D}(\delta)$.

1 pt

Partie B : Evaluation des compétences

5 points

Situation :

Un entrepreneur vient d'ouvrir en Afrique Centrale une industrie d'assemblage d'ordinateurs d'une marque d'ordinateurs encore nouvelle sur le marché. Une étude faite par des experts établit que s'il produit mensuellement un nombre x d'ordinateurs, toutes les dépenses (liées aux infrastructures, à l'importation des pièces à assembler, au personnel, à la commercialisation, aux impôts et aux taxes) en millions de FCFA est $1120 + 0,00007x^2$ et la vente de chaque ordinateur assurée pour un prix unitaire de vente de 0,7 million de FCFA.

Certains appareils des chaînes d'assemblage produisent des transistors MOS. Chacun de ces appareils fonctionne chaque jour sans arrêt pendant 3h 59 min et produit dès le démarrage (de façon successive) sa 1^{ère} composante en 3 min, la 2^{ème} en 3 min 2 s, la 3^{ème} en 3 min 4 s, la 4^{ème} en 3 min 6 s et ainsi de suite, la production de toute autre composante met 2 s de plus que celle de la composante précédente.

Le prix de chaque ordinateur est fixé à 0,7 million de FCFA. L'entreprise ne doit pas tourner à perte et le propriétaire veut connaître la capacité de production journalière de chaque appareil produisant les transistors MOS.

Tâches :

1. Comment doit-on choisir le nombre d'ordinateurs à assembler mensuellement pour ne pas fonctionner à perte ?

1,5 pt

2. Quel est le nombre d'ordinateurs que cet industriel doit produire mensuellement pour réaliser un bénéfice maximal ?

1,5 pt

3. Quelle est la capacité de production journalière de chaque appareil produisant des composantes MOS ?

1,5 pt

Présentation : 0,5 pt