

Session de Novembre 2021

## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES DE FIN DU 1<sup>er</sup> TRIMESTRE

### PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

#### EXERCICE 1 : (5 points)

- A) 1. Vérifie que  $(\sqrt{3}-1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ . 0,25pt
2. Résous dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2t^2 + (1 + \sqrt{3})t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ . 0,75pt
3. Déduis-en dans  $[0; 2\pi[$  les solutions de  $(E) : 2\cos^2 x + (1 + \sqrt{3})\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ . 1pt
4. Représente sur un cercle trigonométrique les points images des solutions de  $(E)$ . 0,5pt
- B) Pour tout réel  $x$ , on pose  $A(x) = 1 + 2\cos x \sin x - 2\cos^2 x$ .
1. Ecris  $A(x)$  sous la forme  $A(x) = a\cos 2x + b\sin 2x$  où  $a$  et  $b$  sont des réels à déterminer. 0,5pt
2. Montre que pour tout réel  $x$ , on a :  $A(x) = -\sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ . 0,5pt
3. Résous dans l'intervalle  $]-\pi; \pi]$  l'équation  $A(x) = 1$ . 0,75pt
4. Déduis-en dans  $]-\pi; \pi]$  l'ensemble des solutions de  $(I) : \cos x \sin x \geq \cos^2 x$ . 0,75pt

#### EXERCICE 2 : (3 points)

$ABC$  est un triangle tel que  $AB = 2\text{cm}$ ,  $BC = 4\text{cm}$  et  $AC = 2\sqrt{3}\text{cm}$ . Soit  $I$  le milieu de  $[BC]$ .

1. (a) Donne la nature exacte du triangle  $ABC$  et construis ce triangle. 0,75pt
- (b) Détermine et place le point  $G$ , barycentre des points pondérés  $(A, -1)$  et  $(I, 2)$ . 0,5pt
2. On considère l'ensemble  $(\Gamma)$  des points  $M$  du plan tels que  $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4$ .
- (a) Montre que pour tout point  $M$  du plan, on a :  $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + 8$  et  $-MA^2 + 2MI^2 = MG^2 - 8$ . 1pt
- (b) Déduis-en la nature et la construction de l'ensemble  $(\Gamma)$ . 0,75pt

#### EXERCICE 3 : (3,5 points)

- A) Une urne contient 6 boules portant le nombre 1, 4 boules portant le nombre  $\sqrt{3}$ , 5 boules portant le nombre  $-1$  et 5 boules portant le nombre  $-\sqrt{3}$  indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On désigne par  $a$  le nombre porté par la première boule et par  $b$ , celui porté par la deuxième boule. On considère deux points fixes et distincts  $A$  et  $B$  d'un plan  $\mathcal{P}$  et l'équation  $(E) : a\cos x + b\sin x = 0$ .
1. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que  $-\frac{\pi}{4}$  soit solution de  $(E)$ . 1pt
2. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que le vecteur  $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$  soit constant pour tout point  $M$  du plan  $\mathcal{P}$ . 0,75pt

3. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que  $\frac{\pi}{3}$  soit solution de (E). **1pt**  
**B) Résous dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + n = -20$ . **0,75pt****

**EXERCICE 4 : (4,5 points)**

- A)** Afin de recevoir les invités à l'anniversaire de son fils **BRYAN, M. BELL** aménage un espace ayant la forme d'un carré de côté  $c$ , ( $c$  en mètres) et vérifiant l'équation  $3\sqrt{c} - 2c + 35 = 0$  pour installer des bâches dont la hauteur  $h$  vérifie l'inéquation (I) :  $\sqrt{h-2} \leq h-4$ .
- Détermine la hauteur minimale des bâches. **1pt**
  - Détermine l'aire de la surface de l'espace aménagé. **1pt**
- B)** Le plan est rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soit les points  $A(2; -3)$ ,  $B(1; -2)$  et  $C(3; -2)$ ; les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\Gamma$  d'équations respectives  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$  et  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 23 = 0$ ; la droite  $\mathcal{D}$  d'équation cartésienne  $x - y + c = 0$ .
- Détermine les éléments géométriques de  $\mathcal{C}$  et  $\Gamma$ . **1pt**
  - Montre que  $\mathcal{C}$  est l'image de  $\Gamma$  par la symétrie de centre  $A$ . **0,5pt**
  - Détermine  $c$  pour que  $\mathcal{D}$  soit la tangente commune à  $\mathcal{C}$  et  $\Gamma$ , puis faire un dessin. **1pt**

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**

**SITUATION :** *L'unité de longueur est le mètre.*

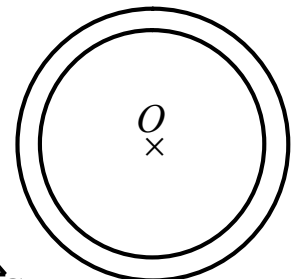
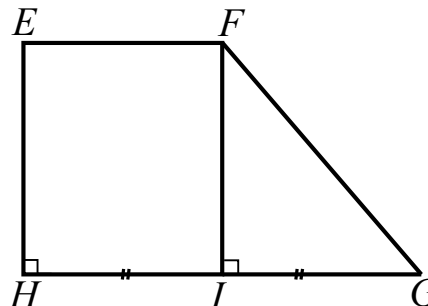
L'APEE d'un Lycée voudrait aménager le cadre de vie des élèves en y construisant dans le site de l'établissement une piscine, un complexe sportif et une piste d'athlétisme. On souhaite que la piscine ait une profondeur de  $1,5m$ . D'après les ingénieurs en charge des travaux, sa surface sera délimitée par les points  $M$  du plan tels que  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 11$ ,  $A$  et  $B$  sont deux points de la zone où la piscine sera construite tels que  $AB = 10m$ . Le complexe sportif aura la forme d'un trapèze  $EFGH$  rectangle tel que le périmètre de la partie rectangulaire  $EFIH$  est de  $140m$  et la longueur de sa diagonale est de  $50m$ . La piste d'athlétisme est délimitée par deux cercles concentriques qui est en fait d'après les ingénieurs l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $6 \leq \|\vec{MC} + \vec{MD} + \vec{MK}\| \leq 15$  où  $C, D$  et  $K$  sont trois points de la zone où la piste sera construite tel que  $O$  est le centre de gravité de  $CDK$  (unité graphique :  $10m$ ). L'APEE de ce Lycée aimerait recouvrir la surface du complexe et de la piste d'athlétisme avec une matière qui nécessite  $4000 \text{ FCFA}$  pour  $2m^2$ .



Piscine



Piste d'athlétisme



**Tâches :**

- Détermine le budget à prévoir par L'APEE pour recouvrir le complexe sportif. **1,5pt**
- Détermine le budget à prévoir par L'APEE pour recouvrir la piste d'athlétisme. **1,5pt**
- Détermine le volume en litre occupé par l'eau dans cette piscine. **1,5pt**

**Présentation générale :**

**0,5pt**