

Session de Novembre 2021

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES DE FIN DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

- A) 1. Vérifie que $(\sqrt{3}-1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$. 0,25pt
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $2t^2 + (1 + \sqrt{3})t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. 0,75pt
3. Déduis-en dans $[0; 2\pi[$ les solutions de $(E): 2\cos^2 x + (1 + \sqrt{3})\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. 1pt
4. Représente sur un cercle trigonométrique les points images des solutions de (E) . 0,5pt
- B) Pour tout réel x , on pose $A(x) = 1 + 2\cos x \sin x - 2\cos^2 x$.
1. Ecris $A(x)$ sous la forme $A(x) = a\cos 2x + b\sin 2x$ où a et b sont des réels à déterminer. 0,5pt
2. Montre que pour tout réel x , on a : $A(x) = -\sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. 0,5pt
3. Résous dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $A(x) = 1$. 0,75pt
4. Déduis-en dans $]-\pi; \pi]$ l'ensemble des solutions de $(I): \cos x \sin x \geq \cos^2 x$. 0,75pt

EXERCICE 2 : (3 points)

ABC est un triangle tel que $AB = 2\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ et $AC = 2\sqrt{3}\text{cm}$. Soit I le milieu de $[BC]$.

1. (a) Donne la nature exacte du triangle ABC et construis ce triangle. 0,75pt
- (b) Détermine et place le point G , barycentre des points pondérés $(A, -1)$ et $(I, 2)$. 0,5pt
2. On considère l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4$.
- (a) Montre que pour tout point M du plan, on a : $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + 8$ et $-MA^2 + 2MI^2 = MG^2 - 8$. 1pt
- (b) Déduis-en la nature et la construction de l'ensemble (Γ) . 0,75pt

EXERCICE 3 : (3,5 points)

- A) Une urne contient 6 boules portant le nombre 1, 4 boules portant le nombre $\sqrt{3}$, 5 boules portant le nombre -1 et 5 boules portant le nombre $-\sqrt{3}$ indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne. On désigne par a le nombre porté par la première boule et par b , celui porté par la deuxième boule. On considère deux points fixes et distincts A et B d'un plan \mathcal{P} et l'équation $(E): a\cos x + b\sin x = 0$.
1. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que $-\frac{\pi}{4}$ soit solution de (E) . 1pt
2. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que le vecteur $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$ soit constant pour tout point M du plan \mathcal{P} . 0,75pt

3. Détermine le nombre de tirages que l'on peut effectuer pour que $\frac{\pi}{3}$ soit solution de (E). **1pt**
B) Résous dans \mathbb{N} l'équation $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + n = -20$. **0,75pt**

EXERCICE 4 : (4,5 points)

- A)** Afin de recevoir les invités à l'anniversaire de son fils **BRYAN, M. BELL** aménage un espace ayant la forme d'un carré de côté c , (c en mètres) et vérifiant l'équation $3\sqrt{c} - 2c + 35 = 0$ pour installer des bâches dont la hauteur h vérifie l'inéquation (I) : $\sqrt{h-2} \leq h-4$.
- Détermine la hauteur minimale des bâches. **1pt**
 - Détermine l'aire de la surface de l'espace aménagé. **1pt**
- B)** Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit les points $A(2; -3)$, $B(1; -2)$ et $C(3; -2)$; les cercles \mathcal{C} et Γ d'équations respectives $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ et $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 23 = 0$; la droite \mathcal{D} d'équation cartésienne $x - y + c = 0$.
- Détermine les éléments géométriques de \mathcal{C} et Γ . **1pt**
 - Montre que \mathcal{C} est l'image de Γ par la symétrie de centre A . **0,5pt**
 - Détermine c pour que \mathcal{D} soit la tangente commune à \mathcal{C} et Γ , puis faire un dessin. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION : *L'unité de longueur est le mètre.*

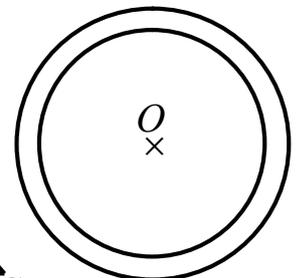
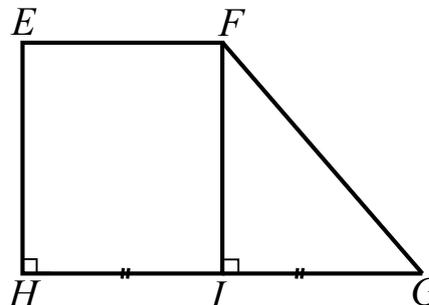
L'APEE d'un Lycée voudrait aménager le cadre de vie des élèves en y construisant dans le site de l'établissement une piscine, un complexe sportif et une piste d'athlétisme. On souhaite que la piscine ait une profondeur de $1,5m$. D'après les ingénieurs en charge des travaux, sa surface sera délimitée par les points M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 11$, A et B sont deux points de la zone où la piscine sera construite tels que $AB = 10m$. Le complexe sportif aura la forme d'un trapèze $EFGH$ rectangle tel que le périmètre de la partie rectangulaire $EFIH$ est de $140m$ et la longueur de sa diagonale est de $50m$. La piste d'athlétisme est délimitée par deux cercles concentriques qui est en fait d'après les ingénieurs l'ensemble des points M du plan tels que $6 \leq \|\vec{MC} + \vec{MD} + \vec{MK}\| \leq 15$ où C, D et K sont trois points de la zone où la piste sera construite tel que O est le centre de gravité de CDK (unité graphique : $10m$). L'APEE de ce Lycée aimerait recouvrir la surface du complexe et de la piste d'athlétisme avec une matière qui nécessite 4000 FCFA pour $2m^2$.



Piscine



Piste d'athlétisme



Tâches :

- Détermine le budget à prévoir par L'APEE pour recouvrir le complexe sportif. **1,5pt**
- Détermine le budget à prévoir par L'APEE pour recouvrir la piste d'athlétisme. **1,5pt**
- Détermine le volume en litre occupé par l'eau dans cette piscine. **1,5pt**

Présentation générale :

0,5pt