

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°2 DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

A) Soit m un réel. On considère l'équation $(E_m) : \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2} - m = 0$.

1. Résous l'équation (E_m) pour $m = 0$. 0,5pt
2. Discute suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation (E_m) . 0,75pt
3. Résous dans \mathbb{R} l'inéquation irrationnelle $\sqrt{7-x} \leq x-1$. 1pt

B) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le point $\Omega(-5; 1)$ et la droite (T) d'équation $2x + y - 1 = 0$.

Ecris une équation du cercle \mathcal{C} de centre Ω et tangent à la droite (T) . 0,75pt

EXERCICE 2 : (5 points)

A) 1. Résous dans \mathbb{R} l'équation $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$. 0,75pt

2. Détermine deux nombres r et φ tels que pour tout réel x , on ait :
 $\sqrt{3} \cos x + \sin x = r \cos(x - \varphi)$. 0,5pt

3. Utilise les résultats des questions précédentes pour résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation :
 $(E) : (2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - 3)(\sqrt{3} \cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$. 1,5pt

B) 1. (a) Montre que pour tous $a, b \in \mathbb{R}$, on a : $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$. 0,5pt

(b) Déduis-en que $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$. 0,5pt

2. Résous alors dans $[0; 2\pi[$ l'équation $\cos \frac{\pi}{12} \cos x = \frac{1}{4}$. 0,75pt

3. Résous dans $[0; 2\pi[$ l'inéquation $\cos x - \cos \frac{5\pi}{12} > 0$. 0,5pt

EXERCICE 3 : (2,5 points)

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble ministériel sous haute sécurité à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1. Combien de codes différents peut-on former ? 0,5pt
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ? 0,5pt
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ? 0,5pt
4. Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ? 0,5pt
5. Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ? 0,5pt

1	2	3
4	5	6
A	B	C

EXERCICE 4 : (4,5 points)

A) A, B, C et D sont quatre points non alignés du plan, G le centre de gravité du triangle ABC , I le milieu du segment $[AB]$, J le milieu du segment $[BC]$, K et L les points définis par $\overrightarrow{CK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$.

1. Fais une figure. 0,5pt
2. Démontre que les droites (IK) , (JL) et (DG) sont concourantes. 1pt

B) $ABCD$ est un carré de centre I et de côté 4cm . On pose $G = \text{bar} \{(A,1);(B,2);(C,1)\}$.

1. Montre que G est le milieu de $[IB]$. 0,5pt
2. Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure, puis place le point G . 0,5pt
3. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 32$.
 - (a) Montre que $MA^2 + MC^2 = 2MI^2 + 16$ et que $MI^2 + MB^2 = 2MG^2 + 4$. 1pt
 - (b) Détermine et construis (Γ) . 0,5pt
4. Détermine et construis l'ensemble (\mathcal{L}) des points M du plan tels que $MA^2 - MI^2 = 0$. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

L'unité de longueur est le mètre.

M. MBARGA a une salle de spectacle qu'il souhaite décorer le plafond avec du bois d'ébène qui coûte 5.000 FCA le mètre carré. Il a divisé ce plafond en trois zones Z_1 , Z_2 et Z_3 .

La zone Z_1 est représentée dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) par l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$ où $E(1; -3)$ et $F(1; 3)$.

La zone Z_2 est délimitée par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $]-\pi; \pi]$ de l'équation $\cos 4x - 5 \cos 2x = -3$.

La zone Z_3 est représentée par l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB} = 2$ où A et B sont deux points du plafond distants de 3m .

Le menuisier décorateur **ATEBA** voudrait lui communiquer le coût du bois par zone, hors mis sa main d'œuvre. On prendra $\pi = 3,14$ et $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Tâches :

1. Détermine le coût du bois de la zone Z_1 . 1,5pt
2. Détermine le coût du bois de la zone Z_2 . 1,5pt
3. Détermine le coût du bois de la zone Z_3 . 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt